Predikční schopnosti swapových sazeb

František Vávra, Pavel Nový [1]

Abstrakt

Tento příspěvek poskytuje jednoduché a heuristické modely valuace swapů na úrokové sazby. Ze vztahu pro hodnotu swapu jsou vyvozeny rovnice pro předpovědi podkladových úrokových sazeb. Základním aparátem pro předpovědi je metodika log-lineární regrese. Navržené modely jsou ověřovány na reálných datech.

Klíčová slova

Swap na úrokovou sazbu, úroková sazba, regrese, predikce.

1 Motivace a východiska

Finanční analytik se často setká s úlohou navrhnout pro dlužníka řešení, zda má pro daný úvěr přijmout pevnou nebo pohyblivou úrokovou sazbu. Řešení takového problému předpokládá jistý obraz o budoucím chování pohyblivé sazby. Pro předpověď budoucí úrokové sazby vázané na nějaký veřejně sledovaný standard (LIBOR, PRIBOR, EURIBOR, ...) je možné využít tržních informací. Jednou z možností jsou sazby swapů na takovou podkladovou úrokovou míru. Tržní nabídka swapů na tržní úrokovou sazbu má poměrně rozsáhlý časový repertoár od jednoho roku do třiceti let (LIBOR na USD). Nabízená sazba swapu obsahuje dvě složky, předpověď střední budoucí sazby podkladového úroku a rizikovou přirážku. V tomto příspěvku je naznačena třída jednoduchých modelů, která umožňuje jistou separaci obou složek. Výstupem prezentovaných postupů je předpovědní regresní algoritmus.

2 Základní model

Hodnotu[2] úrokového swapu (IRS) pro příjemce pevné (swapové) sazby vyjadřuje následující vztah (jedná se o současnou hodnotu peněžních toků):

$$P_{t,T} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\Delta\left(s_{t,T} - i_{t+j\Delta}\right)}{\left(1 + d\Delta\right)^{j}}; \quad T = n\Delta\,, \tag{1}$$

kde:

$P_{t,T}$ je hodnota (ocenění) swapu pro 100 jednotek zvolené pevné jistiny (principal), pro swapový obchod realizovaný v čase t na dobu T, $T = n\Delta$ (všechny časy jsou v rocích),

Δ je doba v rocích mezi výměnami úrokových plateb,

[1] Doc. Ing. František Vávra, CSc., Ing. Pavel Nový, PhD.,
Katedra informatiky a výpočetní techniky, Fakulta aplikovaných věd, Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 22, 306 14 Plzeň; e-mail: vavra@kiv.zcu.cz, novyp@kiv.zcu.cz.

[2] Přesněji ocenění, ohodnocení. Cena se realizuje až na trhu. Pro jednoduchost bude v dalším textu užíván tento pojem (hodnota) pro ohodnocení nebo ocenění.

$s_{t,T}$ je swapová sazba (nabízená; v % p.a.) na zvolenou úrokovou míru v čase t a na dobu T,
n je počet předpokládaných úrokových plateb (vyrovnání) do maturity swapu,
i_τ je hodnota „pohyblivé“ úrokové sazby, proti které je swap obchodován v čase τ (v % p.a.),
d je hodnota zvolené diskontní sazby p.a. pro výpočet současné hodnoty (v absolutním vyjádření; příklad: 5% ≡ 0,05).

Je zřejmé, že $P_{t,T}$ je abstraktum, neboť závisí na budoucích hodnotách srovnávací úrokové sazby, na kterou je obchodován. Výraz (1) lze po drobných úpravách přepsat na:

$$P_{t,T} = \Delta\left(s_{t,T} \frac{1-(1+d\Delta)^{-n}}{d\Delta} - \sum_{j=1}^{n} \frac{i_{t+j\Delta}}{(1+d\Delta)^j} \right). \tag{1a}$$

Pro $\lim_{d\to 0} P_{t,T}$ dostáváme účetní (nediskontovanou) hodnotu budoucích peněžních toků pro příjemce swapové sazby. Dalšími úpravami získáme:

$$\begin{aligned} P_{t,T} &= T\left(\left(s_{t,T} \frac{1-(1+d\Delta)^{-n}}{nd\Delta} - s_{t,T}\right) + \left(s_{t,T} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{i_{t+j\Delta}}{(1+d\Delta)^j}\right)\right) \\ &= T\left(\left(s_{t,T} \frac{1-(1+d\Delta)^{-n} - nd\Delta}{nd\Delta}\right) + \left(s_{t,T} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{i_{t+j\Delta}}{(1+d\Delta)^j}\right)\right) \end{aligned}. \tag{1b}$$

Tento výraz dekomponuje „hodnotu swapu“ do dvou složek:

$$P_{t,T,1} = T\, s_{t,T} \frac{1-(1+d\Delta)^{-n} - nd\Delta}{nd\Delta}, \tag{1c}$$

$$P_{t,T,2} = T\left(s_{t,T} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{i_{t+j\Delta}}{(1+d\Delta)^j}\right). \tag{1d}$$

První z nich je plně závislá jen na aktuální swapové sazbě $s_{t,T}$ (samozřejmě mimo další parametry) a druhá z nich měří „odchylku“ swapové sazby od „středních diskontovaných toků“ podkladové úrokové sazby. Experimentálně bylo prověřeno (pro rozvinuté a velké „swapové trhy“, např. swapy na LIBOR-USD), že druhou složku lze poměrně spolehlivě odhadnout pomocí následujícího vztahu[3]:

$$a_{T,d}\, lg(s_{t,T}) + b_{T,d} + \varepsilon_{t,T,d} = \left(s_{t,T} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{i_{t+j\Delta}}{(1+d\Delta)^j}\right), \tag{2}$$

kde:

$a_{T,d}, b_{T,d}$ jsou neznámé regresní konstanty, které lze určit z minulých pozorování,
$\varepsilon_{t,T,d}$ je náhodná chyba s nulovou střední hodnotou.

[3] Z důvodů přehlednosti nebude rozlišováno mezi modelem $a_{T,d}\, lg(s_{t,T}) + b_{T,d} + \varepsilon_{t,T,d}$ a jeho statistickou regresní reprezentací: $\overline{a_{T,d}}\, lg(s_{t,T}) + \overline{b_{T,d}}$.

Potom lze pro „hodnotu swapu“ využít následující odhad[4]:

$$\overline{P_{t,T}} = T\left(\left(s_{t,T}\frac{1-(1+d\Delta)^{-n}-nd\Delta}{nd\Delta}\right)+\left(a_{T,d}\,lg(s_{t,T})+b_{T,d}\right)\right). \tag{3}$$

3 Statistické modelování

3.1 Použitá data

Data swapových kotací byla převzata ze zdroje ISDA[5] a data pro časové řady úrokových sazeb byla získána z internetových stránek BBA[6]. Pro prezentované výsledky byly využity časové řady 3M LIBOR-USD a 1Y, 2Y, 3Y a 4Y swap na 3M LIBOR-USD. Použité časové řady byly z období 3.7.2000 – 10.6.2005. Byla tedy použita pouze data z volných zdrojů o sazbách. Data o nabízených a realizovaných objemech obchodů v těchto zdrojích nejsou dostupná. Definice publikovaných hodnot jsou dostupné ve zdrojích uvedených v poznámkách 5 a 6.

3.2 Získané výsledky

Výsledky aplikace regresních postupů pro odhad parametrů modelu (2) jsou soustředěny v následující tabulce č. 1:

	a	b	R^2	SE_a = odhad standardní chyby pro parametr ***a***	SE_b = odhad standardní chyby pro parametr ***b***	SE_y = standardní chyba pro výstup ***y*** regresního modelu
1Y	1,655	-0,608	0,867	0,021	0,022	0,369
2Y	2,645	-1,267	0,986	0,012	0,015	0,142
3Y	3,485	-2,291	0,974	0,025	0,042	0,112
4Y	4,466	-3,920	0,988	0,031	0,042	0,055
Odhady parametrů a jejich vlastností jsou spočteny pro ***d*** = *3%* a pro *Δ = 3M*						

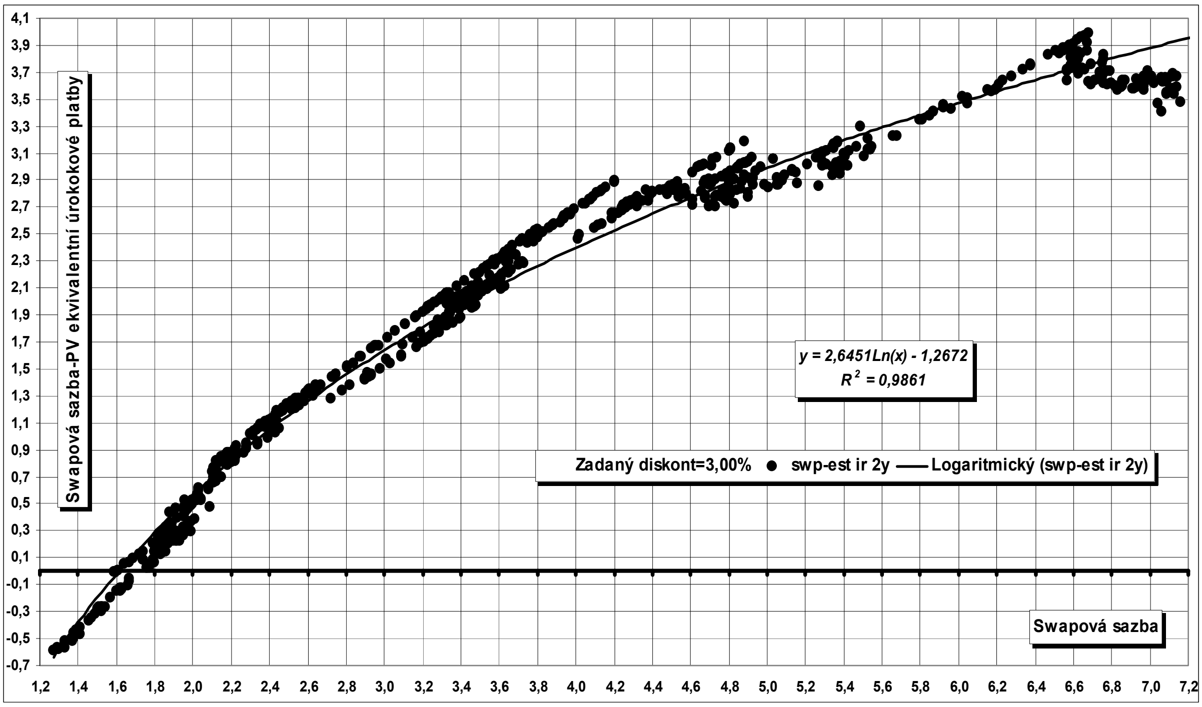
Tabulka č. 1: Odhady parametrů modelu (2) a jejich kvalita.

Pro 2Y swap na LIBOR-USD jsou výsledky aplikace regresního postupu prezentovány na obrázku č. 1:

[4] Přesněji: modelový odhad.

[5] Internetové stránky www.federalreserve.gov. ISDA mid-market par swap rates. Rates are for a fixed rate payer in return for receiving three month LIBOR, and are based on rates collected at 11:00 a.m. by Garban-Intercapital PLC and published on Reuters page ISDAFIX1. The day count convention is semi-annual 30/360 vs. 3-month LIBOR. Source: Reuters limited.

[6] Internetové stránky British Bankers' Association & BBA Enterprises Ltd. (www.bba.org.uk/public/libor). Information providers such as Reuters (BBALIBORS), Bloomberg (BBAM) and Moneyline Telerate (Page 3750) provide daily BBA LIBOR rates shortly after their release at 11am London time.



Obrázek č. 1: Výsledky „logaritmické“ regrese podle vztahu (2).
Vodorovně jsou vynášeny sazby swp 2Y na 3M LIBOR-USD, svisle pravá strana rovnosti (2).

Časové průběhy jednotlivých veličin následují na obrázku č. 2.

Obrázek č. 2: Průběhy jednotlivých časových řad vstupujících a vystupujících ve vztahu (2).
Horní je záznam kurzu swp 2Y na 3M LIBOR-USD, pod ním je průběh pravé strany vztahu (2), šedý je průběh $\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{i_{t+j\Delta}}{(1+d\Delta)^{j}}$*, čárkovaný kolem nulové osy je průběh chyby* $\varepsilon_{t,T,d}$ *ze vztahu (2).*

Závislost odhadovaných parametrů ***a*** a ***b*** na diskontní sazbě ***d*** je „slabá“. To reprezentuje tabulka č. 2.

d	R^2	a	B
0%	0,984	2,637	-1,313
1%	0,985	2,639	-1,297
2%	0,985	2,642	-1,282
3%	0,986	2,645	-1,267
4%	0,987	2,648	-1,253
5%	0,987	2,651	-1,238
6%	0,988	2,654	-1,224
7%	0,988	2,657	-1,211
8%	0,989	2,660	-1,197
9%	0,989	2,663	-1,184
10%	0,990	2,666	-1,171

Tabulka č. 2: Závislost parametrů modelu (2) pro swap 2Y na 3M LIBOR-USD na diskontní sazbě d, při $\Delta = 0.25$.

4 Predikční schopnost swapové sazby

4.1 Odhad budoucí „průměrné podkladové“ úrokové sazby

Pokud ve výrazu (2) položíme $d = 0$, dostáváme:

$a_T\, lg(s_{t,T}) + b_T + \varepsilon_{t,T} = s_{t,T} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} i_{t+j\Delta}$, kde $\bar{i}_{t+T/2} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} i_{t+j\Delta}$ můžeme považovat za jistou formu odhadu průměrné „podkladové sazby“ ve středu doby mezi uzavřením swapové smlouvy a maturitou swapu.

Proto: $\bar{i}_{t+T/2} = s_{t,T} - a_T\, lg(s_{t,T}) - b_T - \varepsilon_{t,T}$. (4)

Na první pohled by bylo možné ze vztahu $a_T\, lg(s_{t,T}) + b_T + \varepsilon_{t,T} = s_{t,T} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} i_{t+j\Delta}$ vyjádřit poslední člen v sumě i_{t+T} pomocí předchozích sazeb a odhadnutých parametrů a ten považovat za odhad budoucí sazby v čase $t + T$. To naráží na některé podstatné potíže:

1. Obecně u regresních výrazů úpravou vztahů dochází k podstatné změně vlastností náhodné složky, takové úpravě odpovídající (regrese $y = f(x) + \varepsilon$ invertováním přejde na $x = f^{-1}(y - \varepsilon)$, pokud taková inverze f^{-1} vůbec existuje).
2. Zde konkrétně takovou úpravou dosáhneme „zesílení“ náhodné složky (objeví se výraz $n\varepsilon_{t,T}$).
3. Ačkoli výraz (2) dává překvapivě dobré výsledky a „téměř zanedbatelnou“ náhodnou složku, je empirií. V této práci nikde nebyly prokázány jeho fundamentální základy. Tedy náhodná složka $\varepsilon_{t,T}$, ač se střední hodnotou nulovou (důsledek využití regresního aparátu s konstantní složkou), nemusí mít další tímto aparátem požadované vlastnosti (nekorelovanost v čase). To také lze bližším rozborem prokázat.

Proto byla navržena metodika následujícího odstavce.

4.2 Odhad budoucí bodové „podkladové“ úrokové sazby

Vztahu (2) nepoužijeme jako analytického výrazu, ale jako inspiraci pro nový (opět regresní) předpovědní model. Konkrétně jako vysvětlující proměnnou využijeme i $lg(s_{t,T})$, neboť ta podstatně přispívá ke kvalitě popisu (2).

Budeme používat schéma: $i_{t+\tau} = a_1 s_{t,T} + a_2\, lg(s_{t,T}) + a_3 i_t + b + \varepsilon_{t,T,\tau}$ s výrazem pro předpověď

$$\overline{i_{t+\tau}} = a_1 s_{t,T} + a_2\, lg(s_{t,T}) + a_3 i_t + b\,, \qquad (5)$$

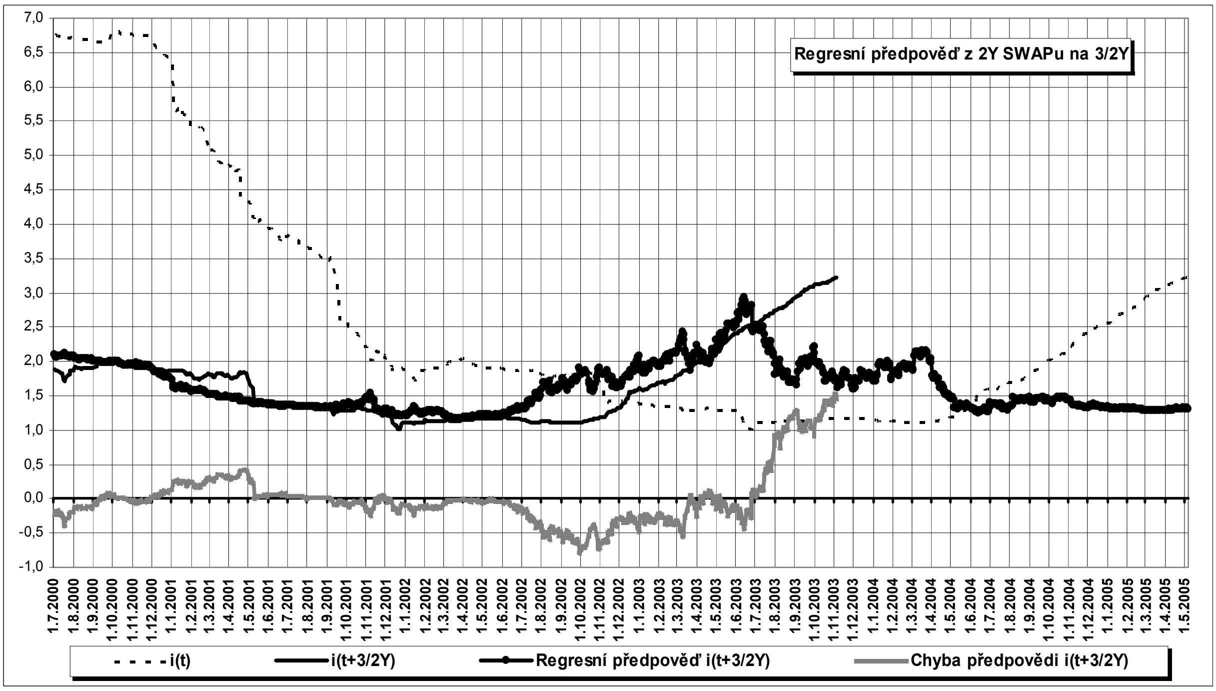
kde i_t je známá aktuální hodnota sledované sazby jako korekční faktor.

Výsledky takového modelu jsou v následující tabulce č. 3:

	a_1	a_2	a_3	b	R^2	Se a_1	Se a_2	Se a_3	Se b	Se y
Předpověď na 1/2Y= **= a_1*swp1Y+a_2*lg(swp1Y)+a_3*i(t)+b**	2,02	-1,83	*-0,83*	0,19	***0,84***	0,08	0,12	0,06	0,03	0,47
Předpověď na 3/2Y= **= a_1*swp2Y+a_2*lg(swp2Y)+a_3*i(t)+b**	0,74	-3,39	*0,11*	2,66	***0,46***	0,08	0,19	0,03	0,03	0,41
Předpověď na 5/2Y= **= a_1*swp3Y+a_2*lg(swp3Y)+a_3*i(t)+b**	2,26	-10,70	*-0,26*	8,16	***0,76***	0,10	0,39	0,02	0,19	0,32
Předpověď na 7/2Y= **= a_1*swp4Y+a_2*lg(swp4Y)+a_3*i(t)+b**	-0,19	0,86	*-0,45*	3,81	***0,98***	0,08	0,48	0,01	0,37	0,11

Tabulka č. 3: Parametry modelu (5) a ukazatele jejich kvality.

Předpověď na jeden a půl roku dopředu je prezentována na následujícím obrázku č. 3.



Obrázek č. 3: Předpověď 3M LIBORu na jeden a půl roku dopředu z hodnot 2Y SWAPu.
Čárkovaně je skutečná neposunutá sazba 3M LIBOR, černě (tenká čára) tato sazba posunutá o 1,5 roku. Černá (silná čára) je předpověď podle výrazu (5), šedá čára kolem nuly je chyba této předpovědi.

5 Shrnutí a další rozvoj

Prezentované postupy předpovědi „typových“ úrokových sazeb vycházejí ve svém principu z tržních časových řad swapu na jedno období. Taková předpověď je až překvapivě spolehlivá, pokud lze do budoucnosti spekulovat na pokles sazeb. Při budoucím růstu předpovídané úrokové sazby dochází k zvětšování chyby. Předpověď „dobíhá“ skutečnost. Projevuje se tu jednostranná hystereze (při růstu). Tu lze částečně eliminovat na základě předpovědi z „různě dlouhých“ swapů. Eliminace je pak založena na metodice predikátor-korektor. Např. 5Y swap poskytuje předpověď a 10Y swap (minulá data) realizuje její korekci. Tyto postupy jsou naznačeny ve čtvrté kapitole tohoto příspěvku.

Literatura

[1] BLAHA, Z. S., JINDŘICHOVSKÁ, I.: *Opce, swapy, futures deriváty finančního trhu*. Management Press, Praha, 1997.

[2] STEINGAUF, S.: *Investiční matematika*. GRADA Publishing, Praha, 1999.

[3] NETRVALOVÁ, A., MAŠKOVÁ, H.: *Přírůstkové statistické modely časových řad.* Sborník 2. mezinárodní konference Řízení a modelování finančních rizik, VŠB-TU Ostrava, 2004.

Summary

Title: Interest Rate Swap Rates – Prediction Ability.

This paper provides simple and heuristic models and applications for the valuation IRS and its rates prediction ability for the underlying interest rate. Prediction models, based on log-linear regression are proposed. Using these models is presented on the real data.

Keywords: Interest Rate Swap, Interest rate, Regression, Prediction.