

4. Rozpoznávání a klasifikace

Rozpoznávání a klasifikace

23. 3. 2019

Rozpoznávání a klasifikace

- předmětů
- jevů
- situací
- . . .

Obecně hovoříme o rozpoznávání a klasifikaci **objektů** .

Reprezentace objektů

- ▶ prostřednictvím signálů
 - jednorozměrných (zvuky, hudba, řeč, ...)
 - dvourozměrných (snímky scén, ...)
 - vícerozměrných (obecné)

Reprezentace objektů

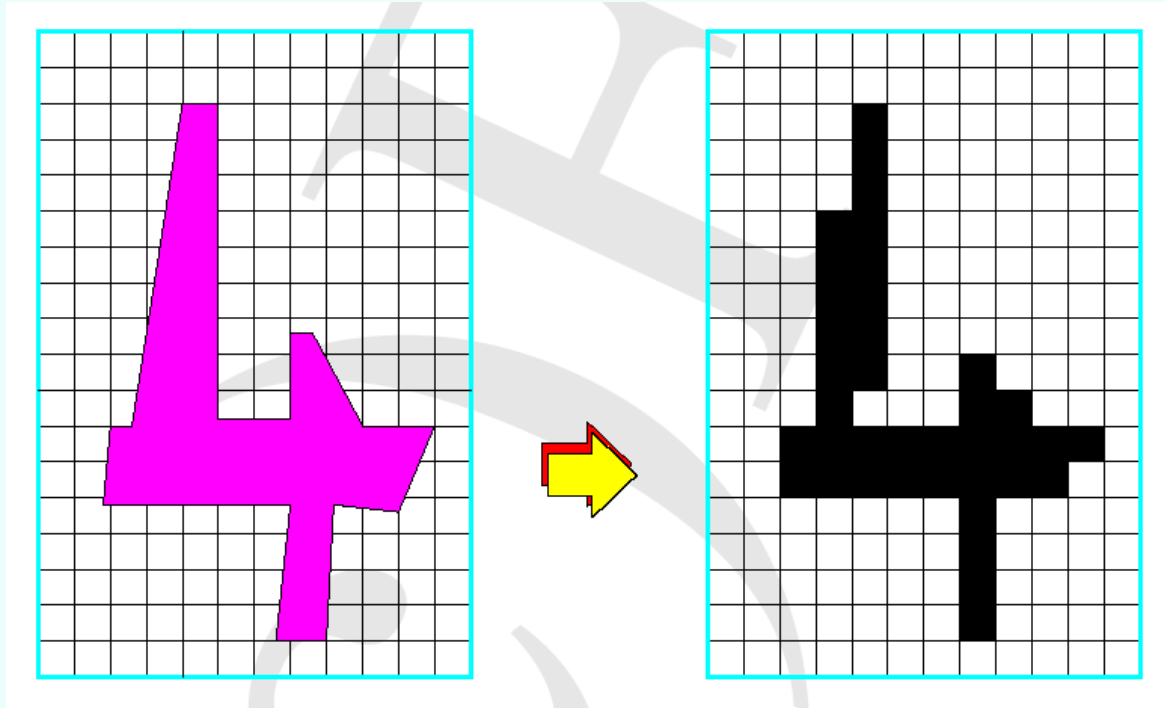
- ▶ prostřednictvím signálů
 - jednorozměrných (zvuky, hudba, řeč, ...)
 - dvourozměrných (snímky scén, ...)
 - vícerozměrných (obecné)

Podle charakteru reprezentace objektů signály rozlišujeme objekty (a jejich rozpoznávání)

- vizuální (reálné, upravené, symbolické, stylizované aj.)
- akustické (zvuky, hluky, hudba, řeč, ..., vždy jednorozm.)
- taktilní (obecně reprezentované n -rozměrnými signály)

4. Rozpoznávání a klasifikace

Příklad reprezentace číslice '4' v pravoúhlém rastru:



Reprezentace tzv. jasovou funkcí:

$$f(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ reprezentuje-li obrazový bod bílou barvu podkladu} \\ 1, \text{ reprezentuje-li obrazový bod černou barvu písma} \end{array} \right\}$$

Rozpoznávání a klasifikace

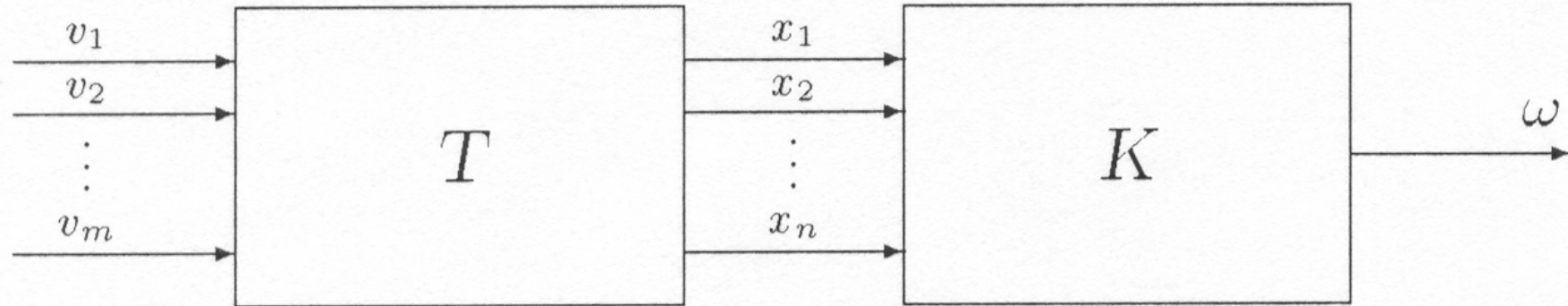
Rozpoznávání chápeme jako úlohu, při které objekty zařazujeme do tříd podle jejich společných vlastností tak, že objekty vzájemně si podobné zařazujeme do stejné třídy.

Rozlišujeme:

- **klasifikaci** – zařazujeme do předem známého, pevného počtu tříd (například rozpoznávání znaků)
- **rozpoznávání** – počet tříd není předem znám a třídy identifikujeme až během vlastního rozpoznávání (například rozpoznávání plynulé řeči)

4. Rozpoznávání a klasifikace

Obecná klasifikační úloha



T . . . transformace vstupních charakteristik – vytvoření obrazu

K . . . klasifikátor

\mathbf{v} . . . vektor vstupních charakteristik

\mathbf{x} . . . obraz (symbolický popis) objektu

ω . . . indikátor třídy

4. Rozpoznávání a klasifikace

Rozhodovací pravidlo

Rozhodovací pravidlo, podle kterého klasifikátor přiřazuje obraz do klasifikační třídy, můžeme obecně definovat jako skalární funkci vektorového argumentu

$$\omega = d(\mathbf{x}) .$$

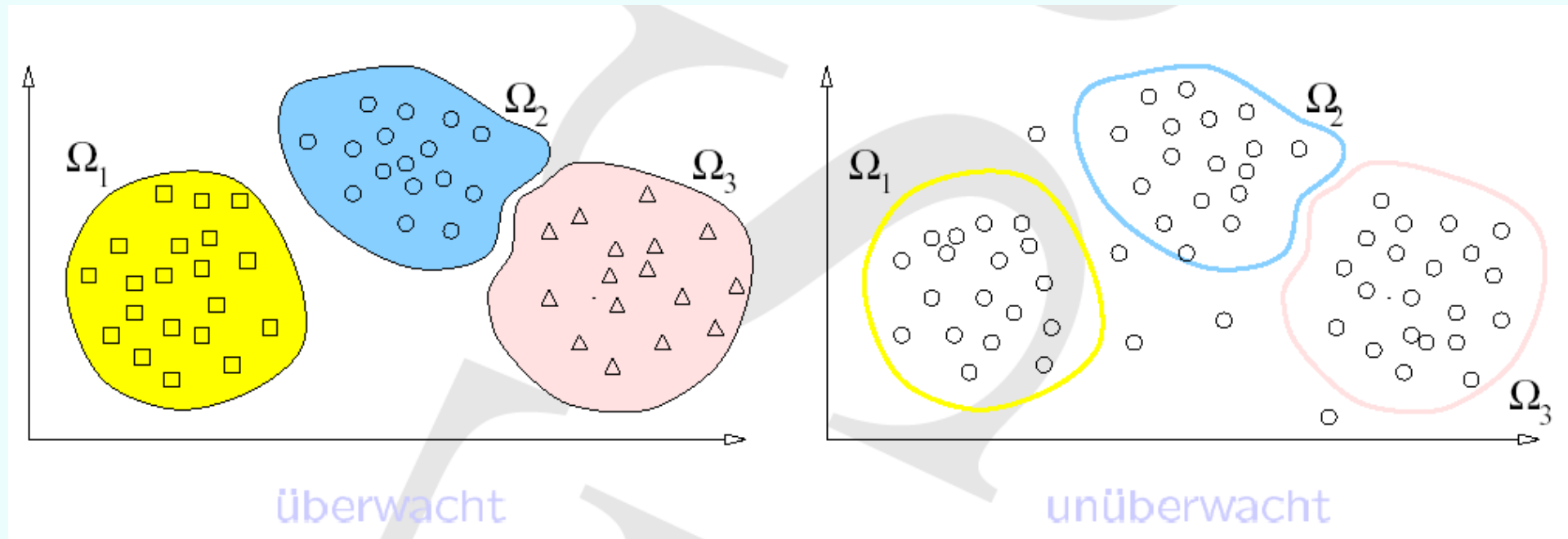
Přesnější vyjádření rozhodovacího pravidla, které zohledňuje i tzv. nastavení klasifikátoru \mathbf{q} , je

$$\omega = d(\mathbf{x}, \mathbf{q}) .$$

Nastavení klasifikátoru se provádí **trénováním** neboli **učením**. Rozlišujeme **učení s učitelem**, kdy klasifikátoru předkládáme obrazy, u nichž známe jejich příslušnost k třídě, a **učení bez učitele**, kdy správné zařazení do klasifikačních tříd neznáme.

4. Rozpoznávání a klasifikace

Učení (trénování) klasifikátoru



überwacht

s učitelem

unüberwacht

bez učitele

Rozpoznávání a klasifikace objektů

➡ na základě vlastností objektů

Vlastnosti objektů

- měřitelné a kvantifikovatelné
- strukturní

Podle typu vlastností objektů hovoříme o

- vytváření **příznakového** nebo **strukturního** popisu objektů
- **příznakových** nebo **strukturních** metodách rozpoznávání

4. Rozpoznávání a klasifikace

Příznakový nebo strukturní popis rozpoznávaných (klasifikovaných) objektů – obecně hovoříme o vytváření symbolických popisů objektů – nazýváme popisem objektů jejich **obrazy**.

Tedy: **Obraz objektu = symbolický popis objektu**

Stejně jako metody rozlišujeme i obrazy (symbolické popisy objektů)

- tvořené příznaky (vektory příznaků)
- strukturní

Obsahují-li obrazy objektů n složek, pak všechny rozpoznávané (klasifikované) obrazy tvoří **obrazový prostor** úlohy.

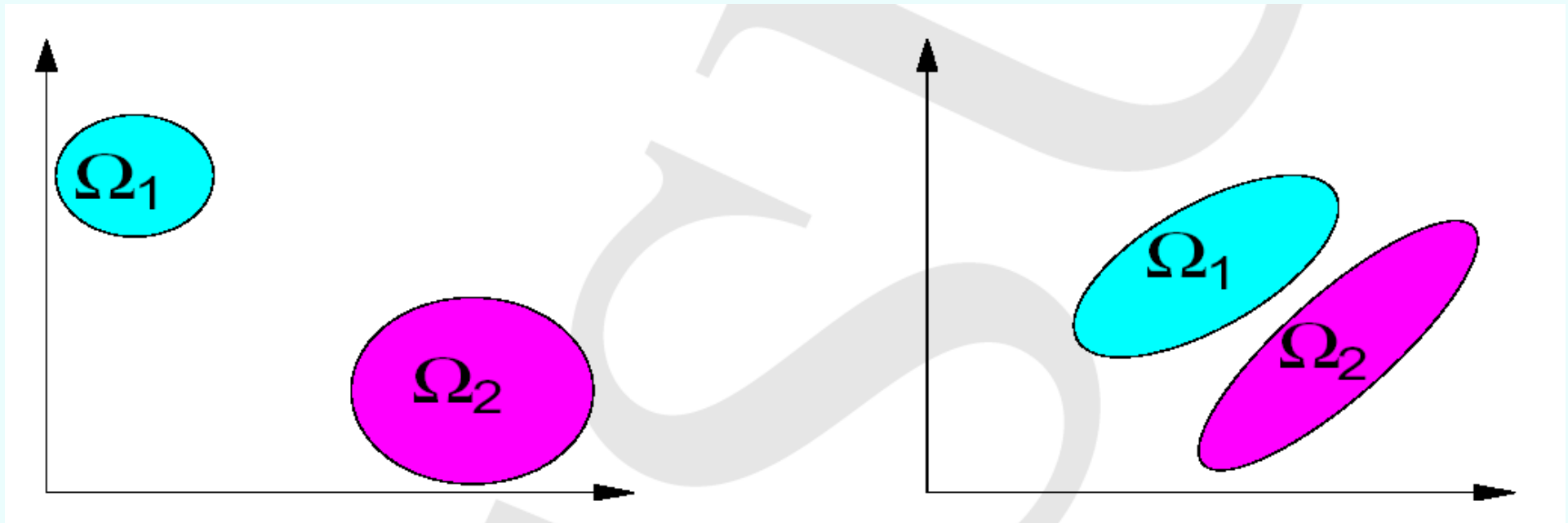
Jednotlivé klasifikační třídy objektů získáme **rozkladem obrazového prostoru** úlohy na R klasifikačních tříd.

4. Rozpoznávání a klasifikace

Příklady rozkladu obrazového prostoru na třídy

a) třídy disjunktční, s velkou mezi-
třídní vzdáleností – ideální případ

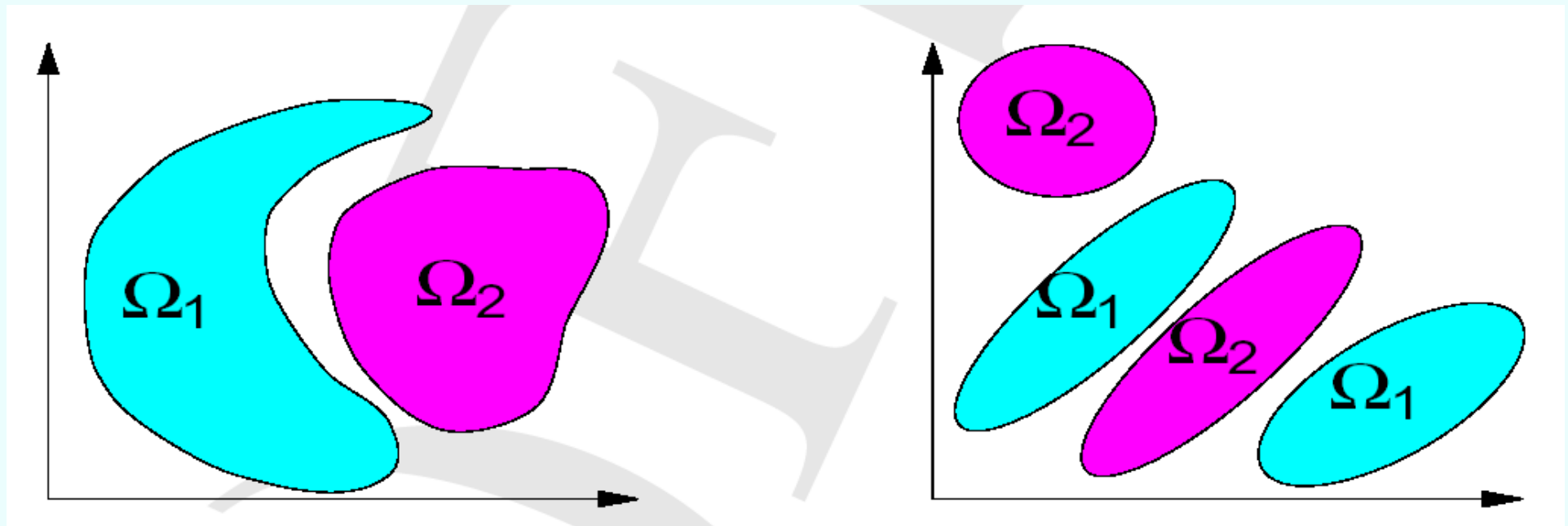
b) třídy disjunktční, kompaktní,
geometricky „blízké“



4. Rozpoznávání a klasifikace

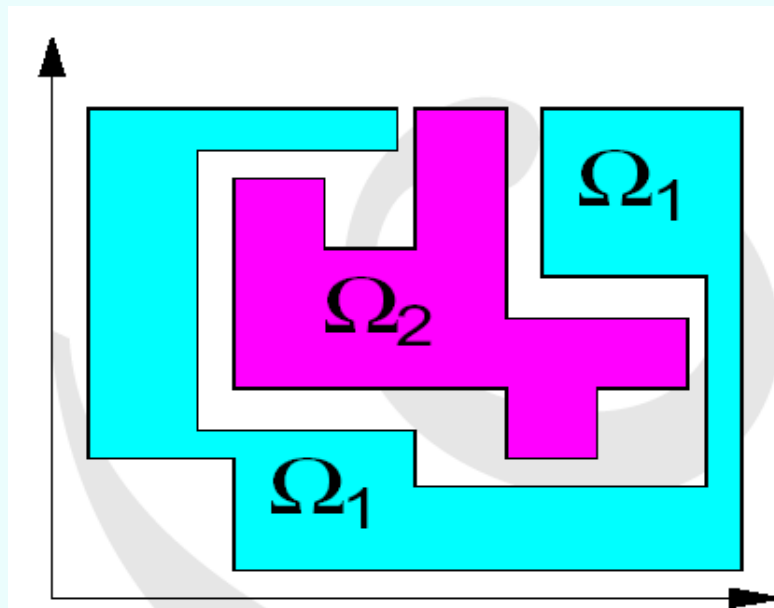
c) třídy disjunktní, kompaktní,
s nelineární oddělující nad-
plochou

d) třídy disjunktní, nekompaktní,
avšak lineárně oddělitelné

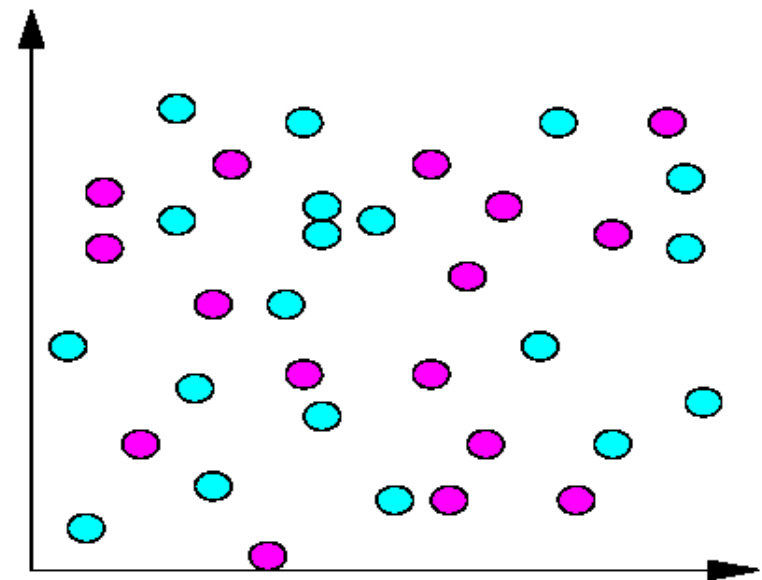


4. Rozpoznávání a klasifikace

e) třídy disjunktní, kompaktní, vnořené, komplikovaně oddělitelné (s rozdělující nadplochou složitého tvaru)

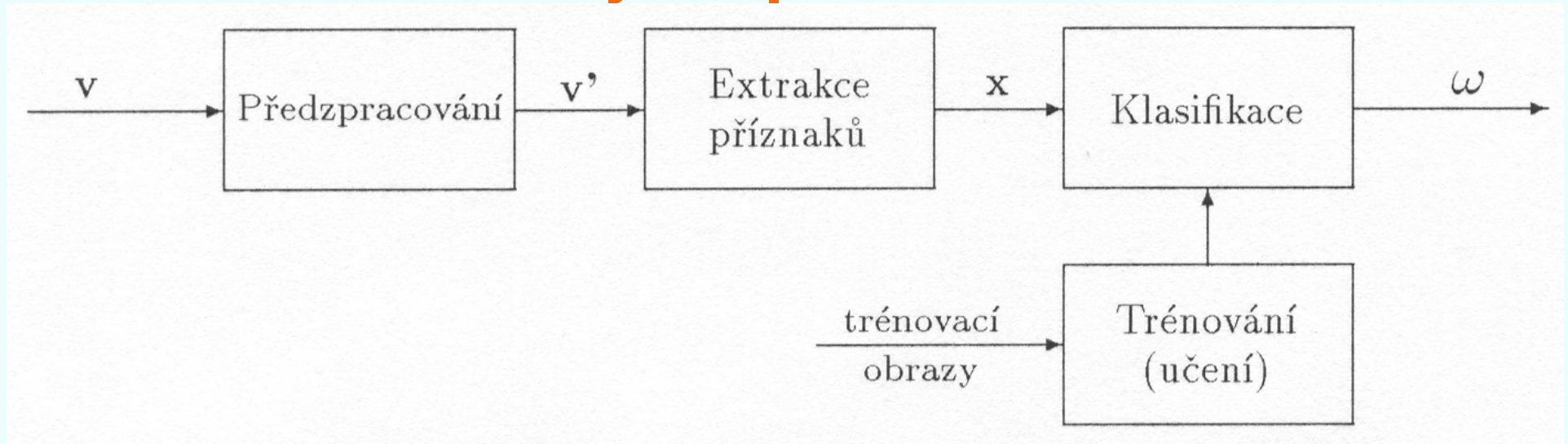


f) nekompaktní, prolínající se třídy s velmi obtížně určitelnou rozdělující nadplochou



4. Rozpoznávání a klasifikace

Příznakové metody rozpoznávání



Obrazy objektů reprezentovány **vektory příznaků x** ,
zařazování obrazů do tříd – klasifikace **deterministickým** nebo
stochastickým rozhodovacím pravidlem ve tvaru

$$\omega = d(x), \text{ resp. } \omega = d(x, q),$$

kde x je klasifikovaný obraz objektu,
 q je vektor nastavení klasifikátoru.

4. Rozpoznávání a klasifikace

Jako obraz (vektor příznaků) lze použít např.:

1. naměřené veličiny přímo,
2. spektrální koeficienty,
3. logaritmus kvadrátu spektra posloupnosti vzorků, např.
 $10 * \log |\mathbf{V}|^2$, kde \mathbf{V} je Four. obraz vektoru \mathbf{v} ,
4. histogram jednoho řádku snímku,
5. úhlové projekce (např. po 45 stupních) průsečíků průvodiče se sejmutým znakem,
6. řetězový kód středové osy podpisu,
7. ortogonální nebo biortogonální transformace signálů aj.

4. Rozpoznávání a klasifikace

Klasifikátor s diskriminační funkcí

Pro každou třídu definujeme takovou diskriminační funkci, aby pro všechny obrazy patřící do r -té klasifikační třídy platilo

$$g_r(\mathbf{x}) > g_s(\mathbf{x}) \quad / \quad r \in \langle 1, R \rangle, \quad s = 1, \dots, R, \quad r \neq s.$$

Rozhodovací pravidlo pak nabývá tvaru

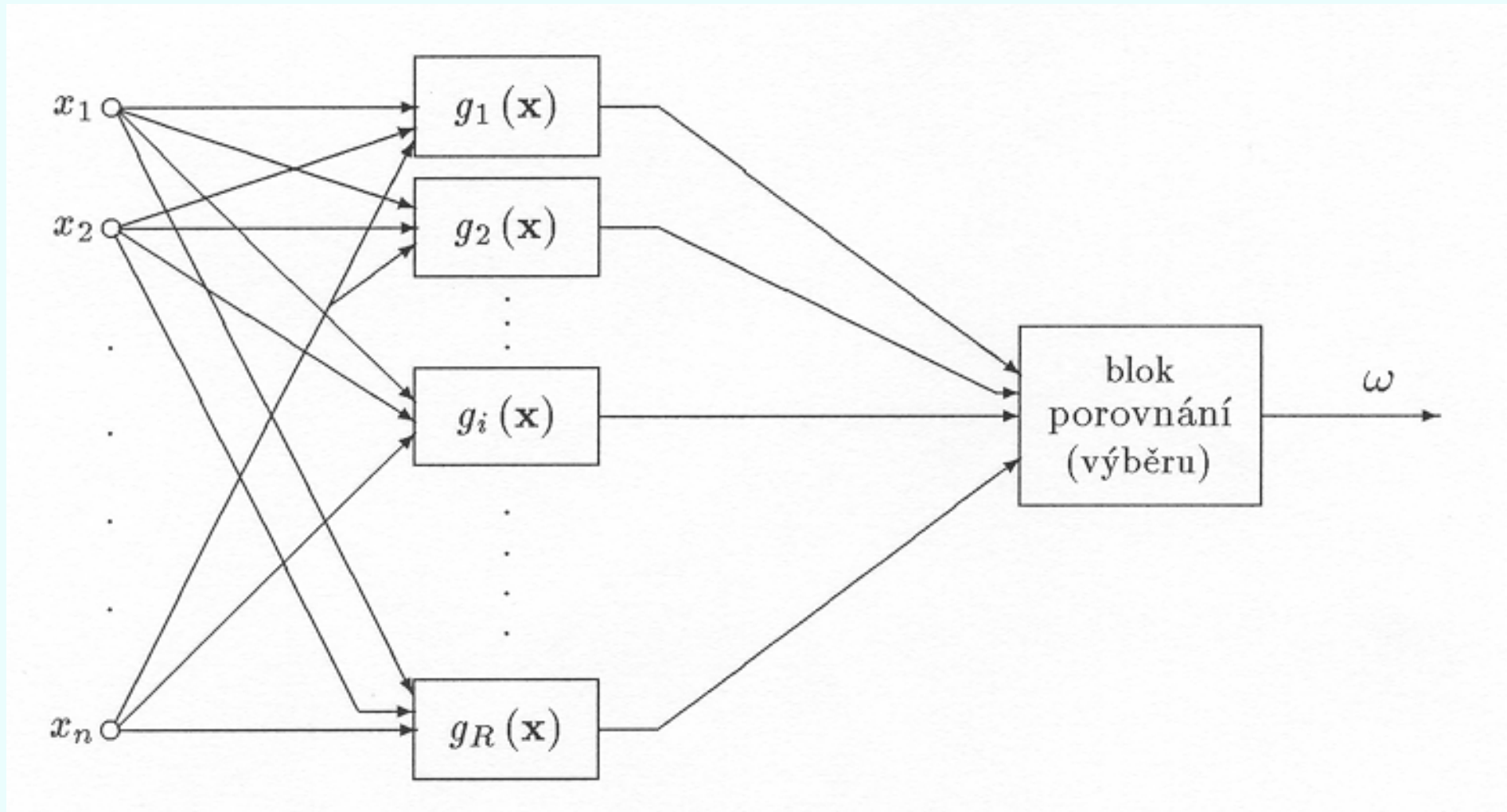
$$\omega_r = \max (g_s(\mathbf{x})), \quad s = 1, \dots, R$$

a rovnice rozdělujících nadploch určíme řešením soustavy rovnic

$$g_r(\mathbf{x}) - g_s(\mathbf{x}) = 0 \quad / \quad r, s = 1, \dots, R, \quad r \neq s.$$

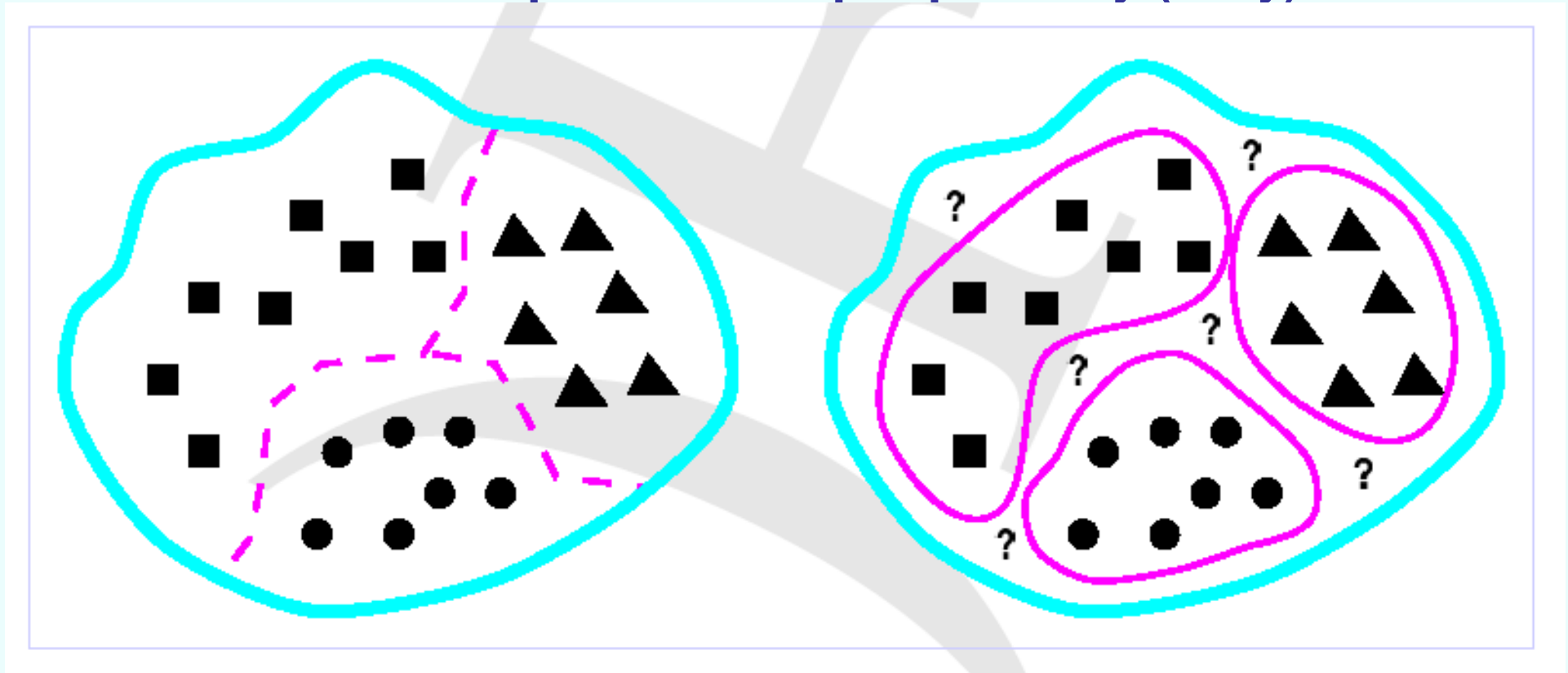
4. Rozpoznávání a klasifikace

Struktura klasifikátoru



4. Rozpoznávání a klasifikace

Rozklad obrazového prostoru na podprostory (třídy)

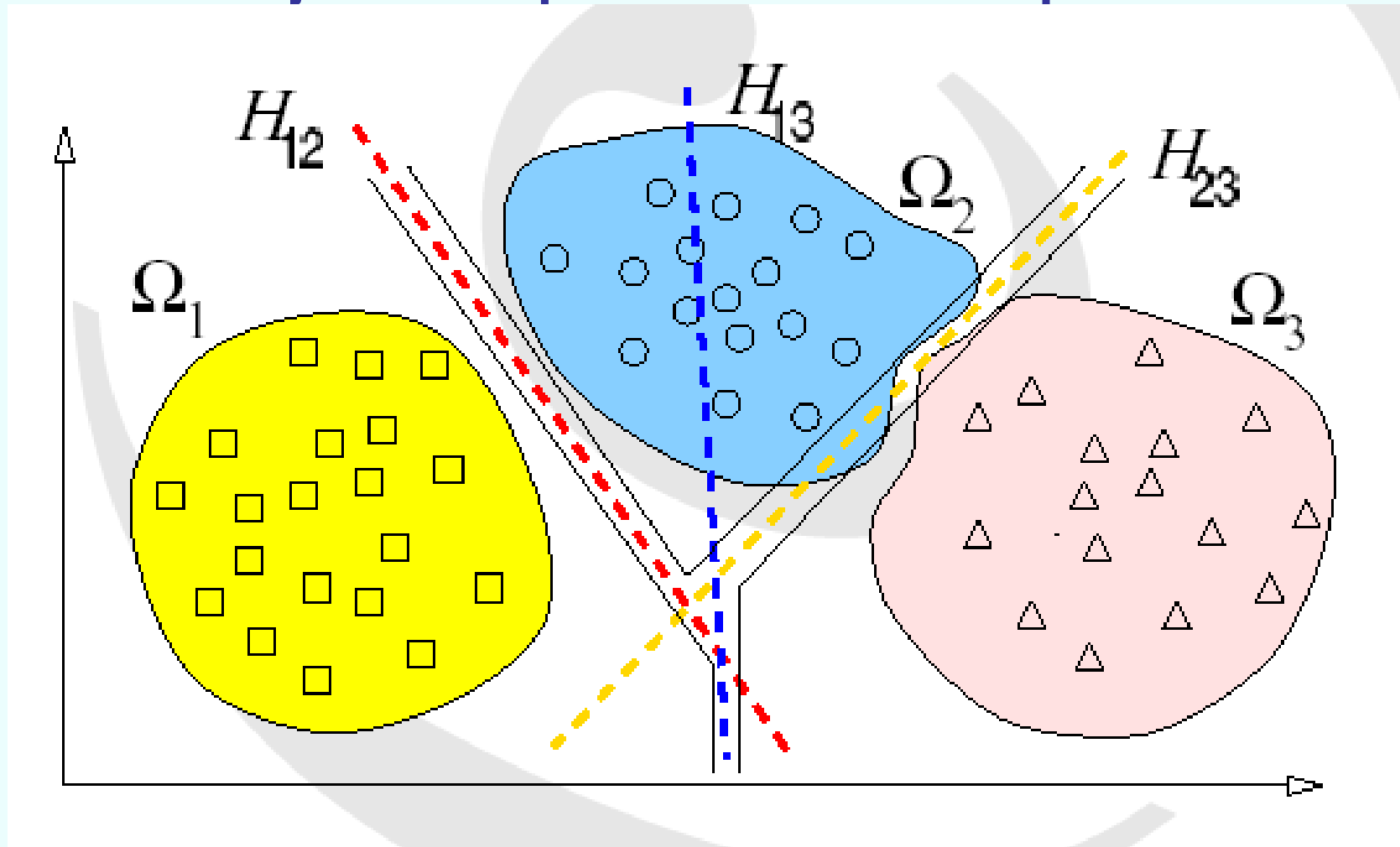


a) s rozdělujícími nadplochami

b) s obalovými třídami

4. Rozpoznávání a klasifikace

Určení rozdělujících nadploch v obrazovém prostoru



4. Rozpoznávání a klasifikace

Klasifikátor na principu kritéria minimální vzdálenosti

(porovnávání klasifikovaných obrazů se vzorovými obrazy – tzv. etalony)

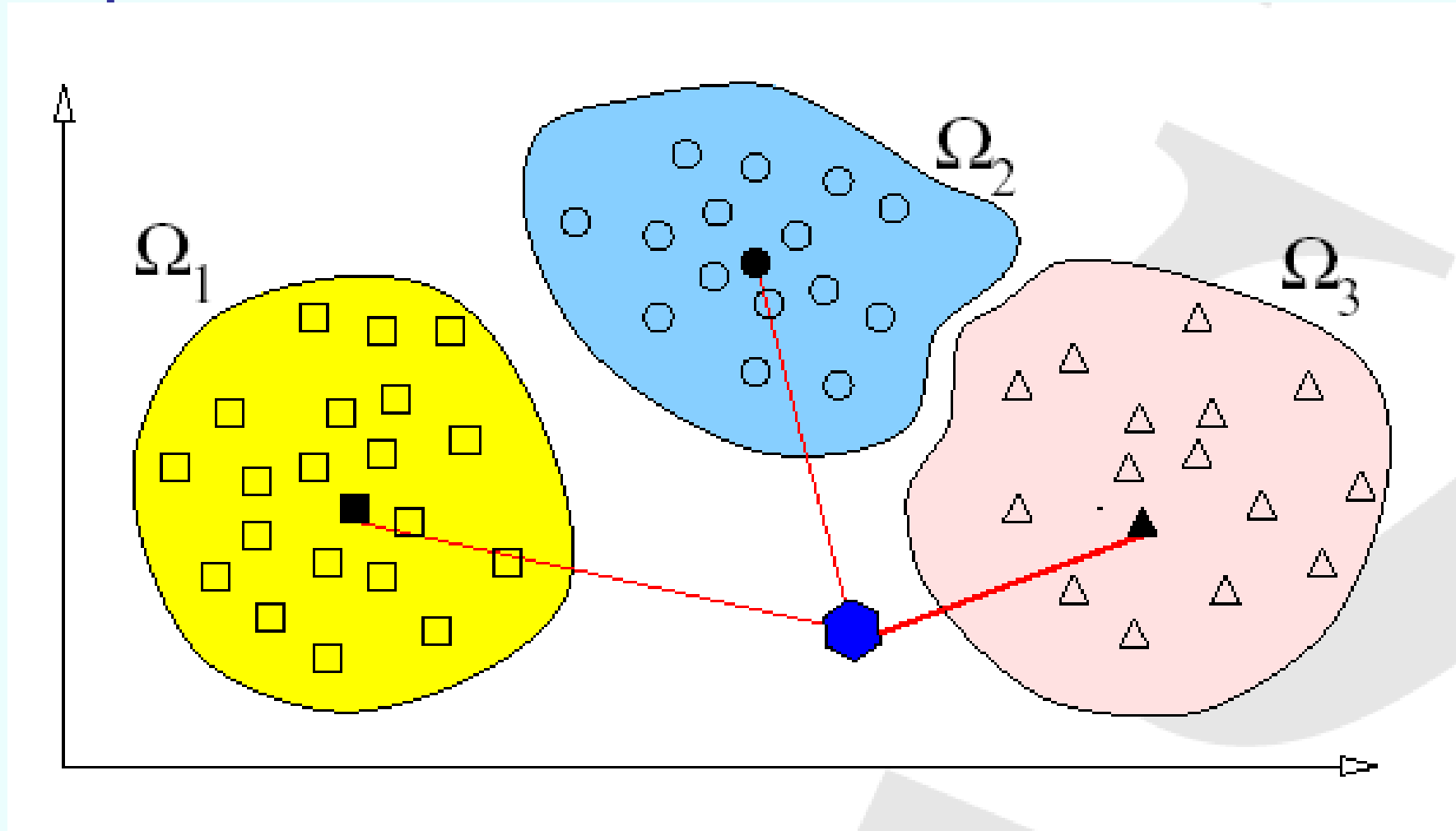
Lze použít v úlohách s oddělitelnými množinami obrazů (třídami) – ve fázi trénování se vytvoří vzorové obrazy (etalony) jednotlivých tříd – označme je \mathbf{e}_s , $s = 1, \dots, R$.

Neznámé obrazy pak klasifikujeme pravidlem

$$\omega_r = \|\mathbf{e}_r - \mathbf{x}\| = \min \|\mathbf{e}_s - \mathbf{x}\|, \quad s = 1, \dots, R$$

4. Rozpoznávání a klasifikace

Princip:



4. Rozpoznávání a klasifikace

Kritérium minimální chyby (Bayesův klasifikátor)

Pro úlohy s neoddělitelnými (prolínajícími se) třídami obrazů – příslušnost k třídě lze určit jen s určitou pravděpodobností:

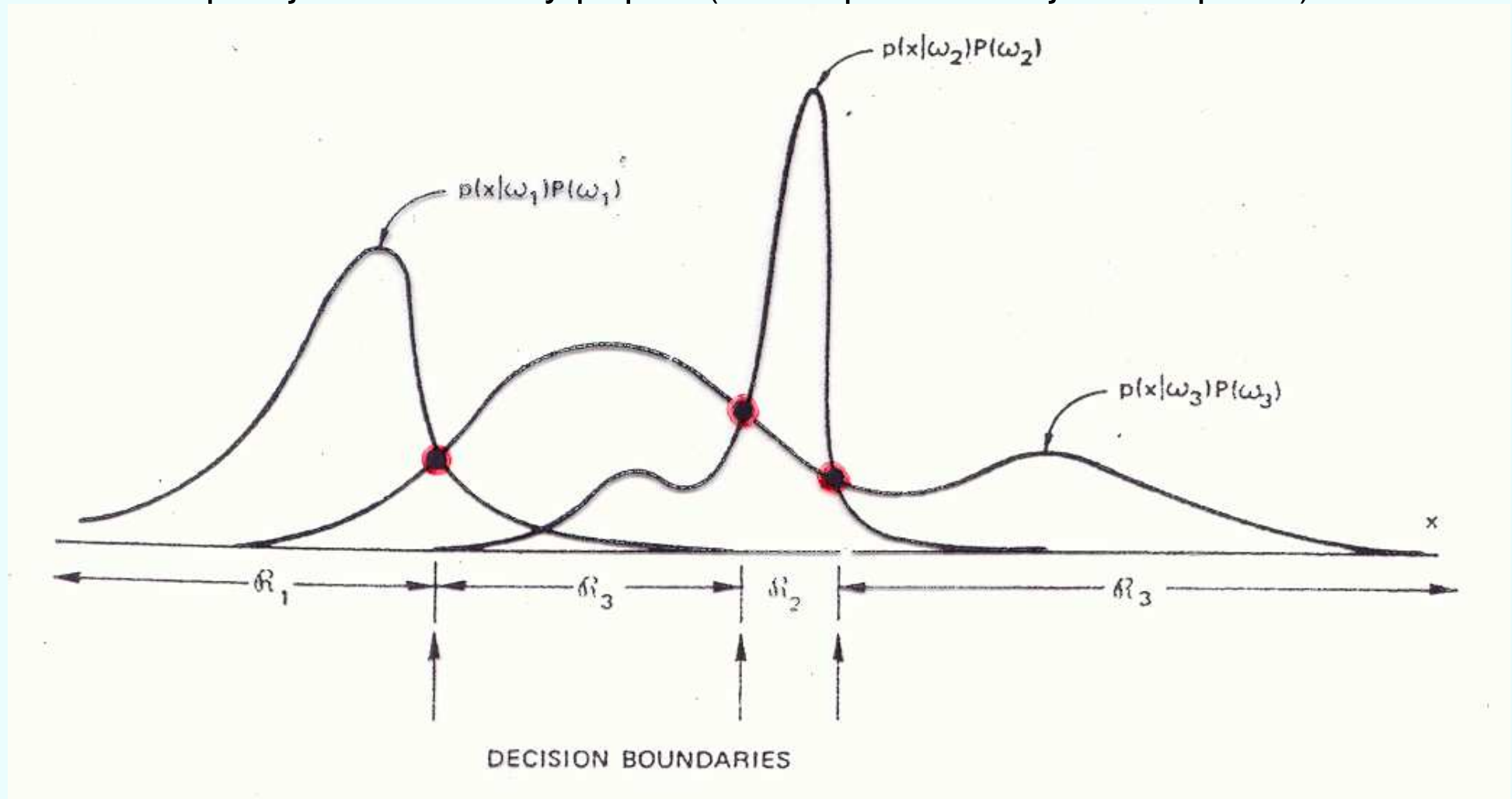
Kritérium minimální chyby využívá k popisu úlohy pravděpodobnostního zápisu. Potom hodnotu ω pokládáme za náhodnou proměnnou. Pokud bychom znali pouze hodnoty apriorních pravděpodobností $P(\omega_i)$, zařazovali bychom všechny obrazy do té třídy ω_r , která má nejvyšší apriorní pravděpodobnost $P(\omega_r)$. To by však bylo chybné. Pravděpodobnost této chyby můžeme vyjádřit jako $1 - P(\omega_r)$.

Většinou se nemusíme rozhodovat jen podle apriorních pravděpodobností tříd $P(\omega_i)$, ale máme k dispozici i hodnotu vektoru příznaků \mathbf{x} a všechny podmíněné hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(\mathbf{x} | \omega_r)$.

Tyto podmíněné hustoty pravděpodobnosti vyjadřují rozložení hodnot \mathbf{x} uvnitř jednotlivých tříd; získáme je trénováním klasifikátoru. Histogram četností výskytu jednotlivých obrazů uvnitř jedné třídy je dobrým odhadem hustoty pravděpodobnosti.

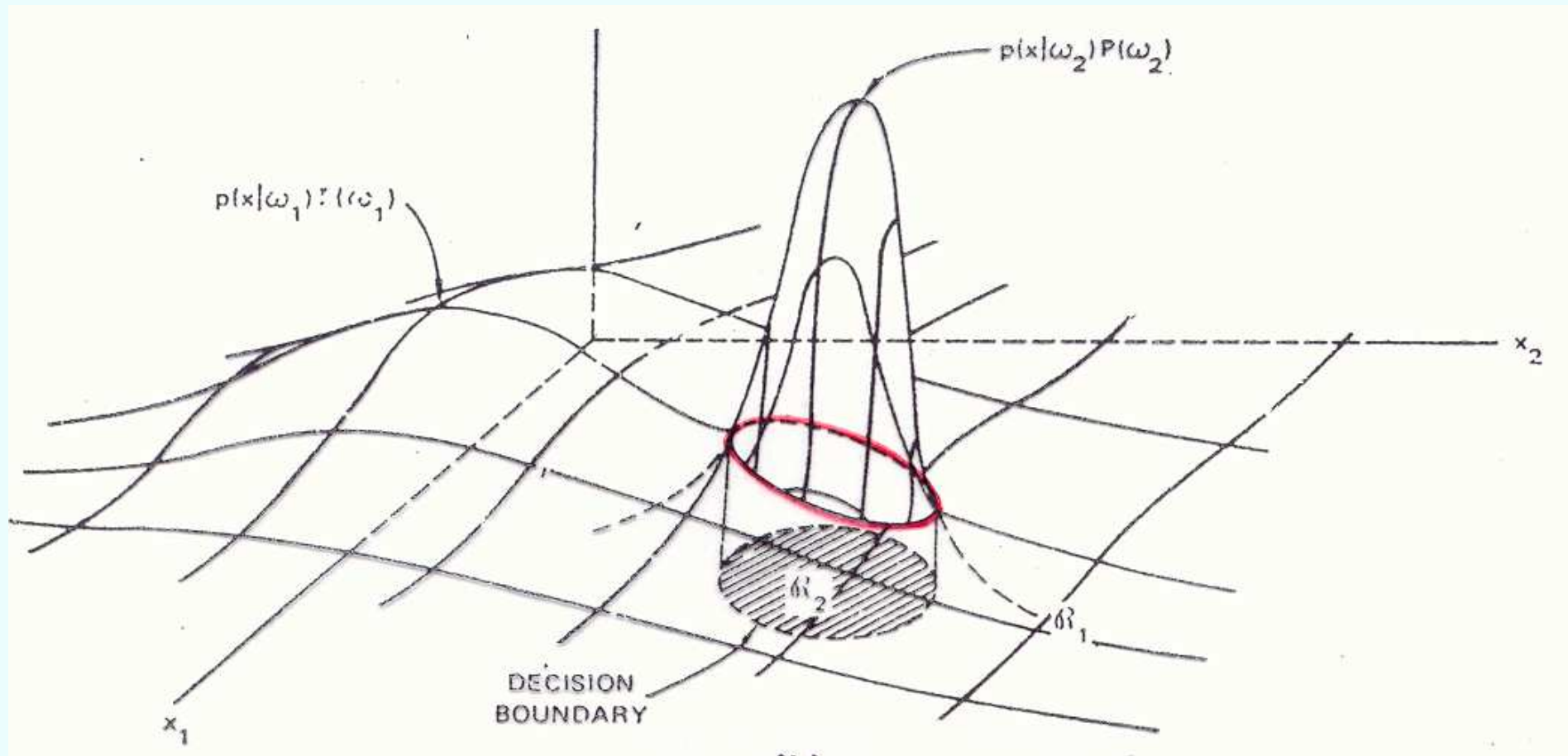
4. Rozpoznávání a klasifikace

Příklad – pro jednorozměrný případ (vektor příznaků o jednom prvku):



4. Rozpoznávání a klasifikace

Dvourozměrný případ:



4. Rozpoznávání a klasifikace

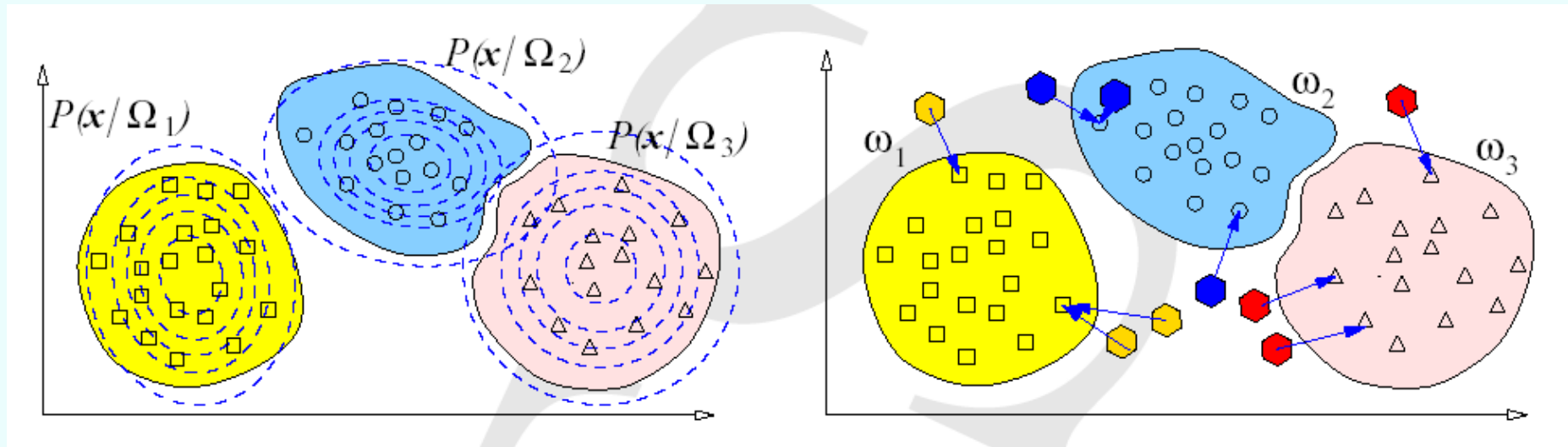
Pravděpodobnost (tzv. a posteriori pravděpodobnost), že obraz \mathbf{x} přísluší do třídy s identifikátorem ω_r , je dána vztahem

$$P(\omega_s / x) = \frac{p(x / \omega_s) \cdot P(\omega_s)}{p(x)}, \quad p(x) = \sum_{i=1}^R p(x / \omega_i) \cdot P(\omega_i) .$$

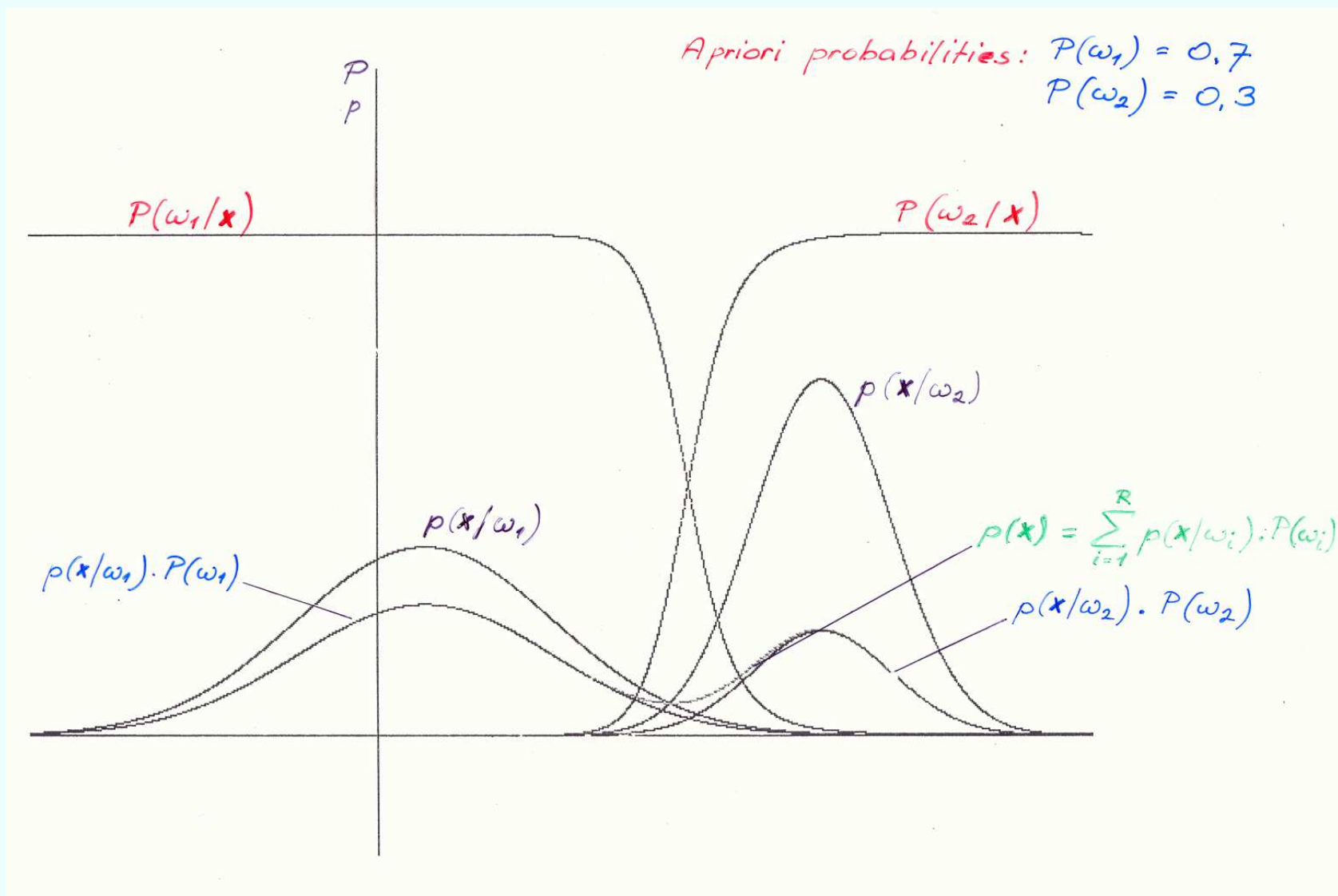
Rozhodovací pravidlo pro zařazení objektu do r -té třídy pak má tvar:

$$\omega_r = \max_{\forall_s} (P(\omega_s / x)), \quad s = 1, \dots, R .$$

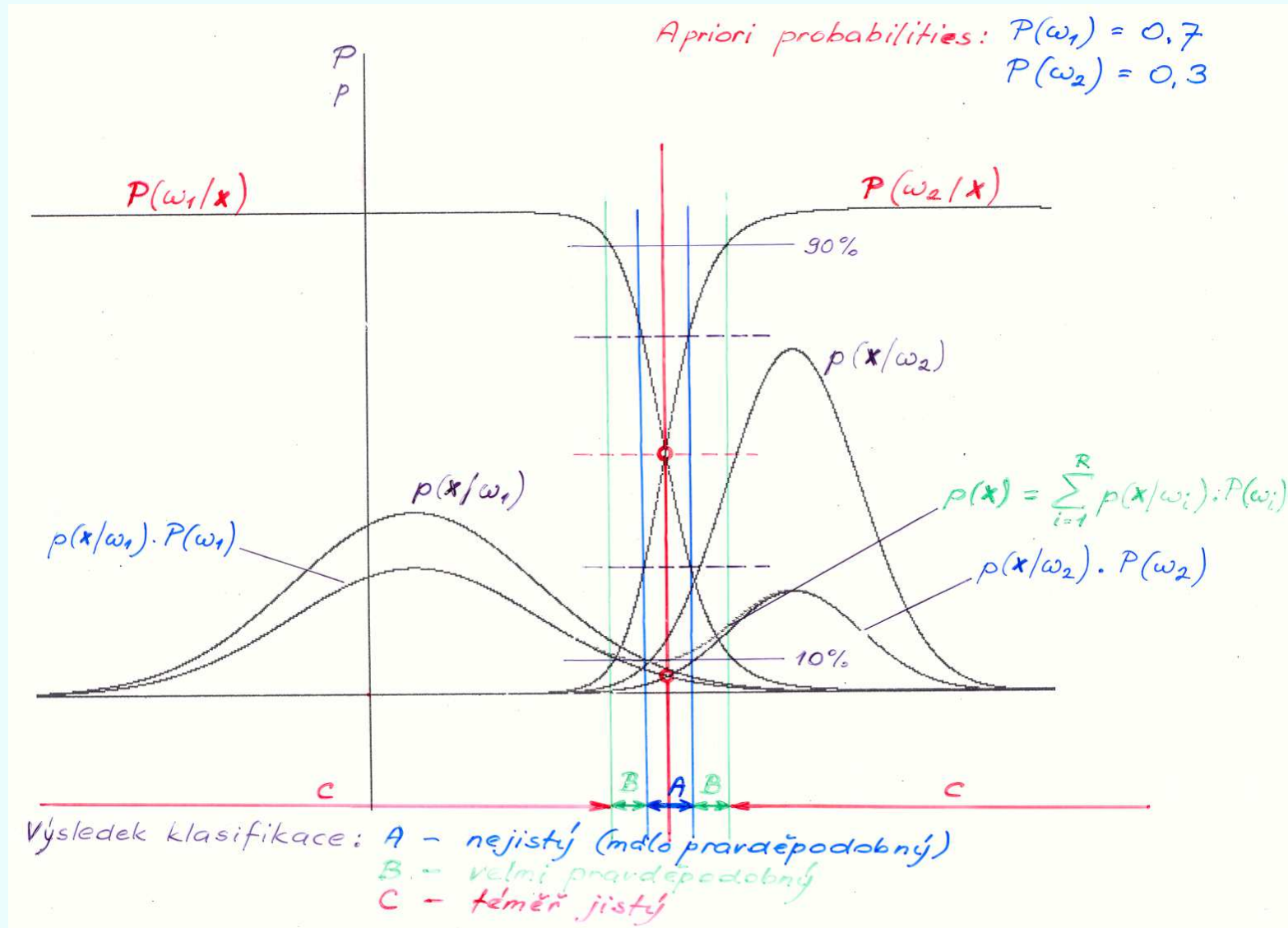
Ilustrace:



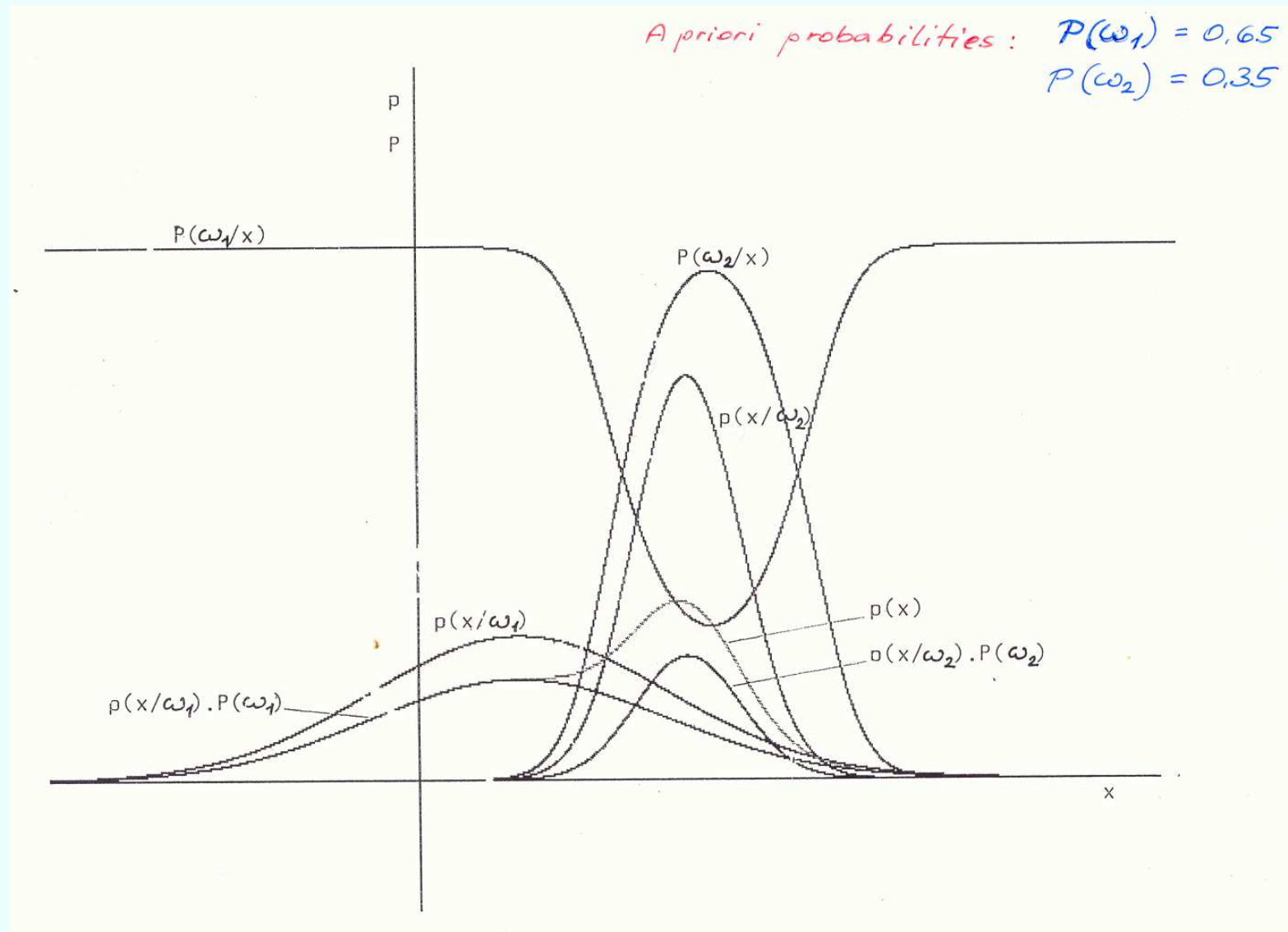
4. Rozpoznávání a klasifikace



4. Rozpoznávání a klasifikace



4. Rozpoznávání a klasifikace



4. Rozpoznávání a klasifikace

Kritérium minimální chyby

The decision rule

$$\omega = d(\mathbf{x}, \mathbf{q}^*)$$

that gives the minimum mean loss $J(\mathbf{q})$ is called the optimum decision rule, and \mathbf{q}^* is called the vector of optimal parameters

$$J(\mathbf{q}^*) = \min_{\mathbf{q}} J(\mathbf{q}), \quad d(\mathbf{x}, \mathbf{q}) \in D$$

The minimum error criterion (Bayes criterion, maximum likelihood) uses loss functions of the form $\lambda(\omega_r|\omega_s)$, where $\lambda(\cdot)$ is the number that describes quantitatively the loss incurred if a pattern \mathbf{x} which should be classified into the class ω_s is incorrectly classified into the class ω_r

$$\omega_r = d(\mathbf{x}, \mathbf{q})$$

4. Rozpoznávání a klasifikace

The mean loss is

$$J(\mathbf{q}) = \int_X \sum_{s=1}^R \lambda(d(\mathbf{x}, \mathbf{q})|\omega_s) p(\mathbf{x}|\omega_s) P(\omega_s) d\mathbf{x}$$

where $P(\omega_s)$, $s = 1, \dots, R$ are the a priori probabilities of classes, and $p(\mathbf{x}|\omega_s)$, $s = 1, \dots, R$ are the conditional probability densities of objects \mathbf{x} in the class ω_s .

$$\begin{aligned} \lambda(\omega_r|\omega_s) &= 0 \text{ for } r = s \\ &= 1 \text{ for } r \neq s \end{aligned}$$

and the discrimination functions are

$$g_r(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}|\omega_r)P(\omega_r), \quad r = 1, \dots, R$$

where $g_r(\mathbf{x})$ corresponds (up to a multiplicative constant) to the value of the a posteriori probability $P(\omega_r|\mathbf{x})$.

4. Rozpoznávání a klasifikace

Výpočet aposteriorních pravděpodobností

$$P(\omega_r|\mathbf{x}) = \max_{s=1,\dots,R} P(\omega_s|\mathbf{x})$$

A posteriori probability may be computed from a priori probabilities using the Bayes formula

$$P(\omega_s|\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|\omega_s)P(\omega_s)}{p(\mathbf{x})}$$

where $p(\mathbf{x})$ is the mixture density.

Strukturní metody rozpoznávání

Strukturní popisy rozpoznávaných objektů

- primitiva
- vlastnosti primitiv
- relace mezi primitivy – prostorové
 - časové
 - funkční

Vytvořený symbolický popis – **obraz** vystihuje (popisuje) **strukturní vlastnosti objektu** .

4. Rozpoznávání a klasifikace

Jako strukturní popisy (obrazy) lze použít:

- řetězec symbolů označujících primitiva
- relační struktura
- graf (obecný, speciální, ...)

Strukturní popisy objektů (= slova) příslušejících do téže třídy tvoří **jazyk** třídy.

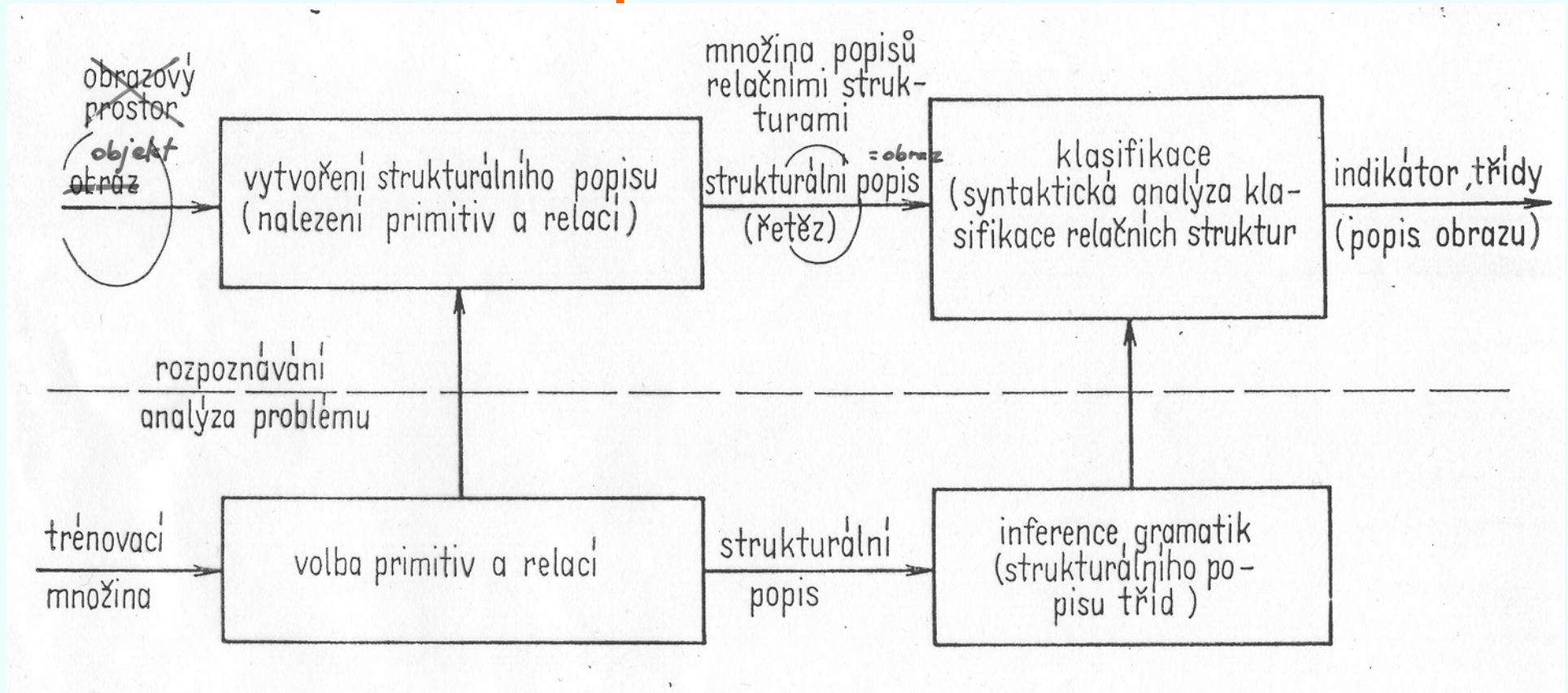
Rozpoznávání strukturně popsaných objektů = rozhodnutí, zda vytvořený strukturní popis objektu (slovo) **je slovem** (frází) **jazyka příslušné třídy**.

Výhody strukturních metod rozpoznávání:

- invariantní na pozici a natočení obrazu,
- méně složité popisy u složitých objektů

4. Rozpoznávání a klasifikace

Úloha strukturního rozpoznávání



4. Rozpoznávání a klasifikace

Slovní formulace:

Algoritmus 7.3 - Syntaktické rozpoznávání

Fáze učení

- (1) Na základě analýzy úlohy definujte primitiva a jejich vzájemné relace.
- (2) Analýzou syntaktických popisů předmětů jednotlivých tříd případně odvozováním (inferencí) (odstavec 7.2.3) sestrojte gramatiku reprezentující každou třídu.

Fáze rozpoznávání

- (3) Při rozpoznávání, do které třídy předmět náleží, extrahujte nejprve jeho primitiva, určete jejich druh a vzájemné relace. Sestrojte slovo reprezentující popisovaný předmět.
- (4) Na základě výsledku syntaktické analýzy zařaďte předmět do té třídy, jejíž gramatika (sestrojená v kroku (2)) dané slovo generuje.

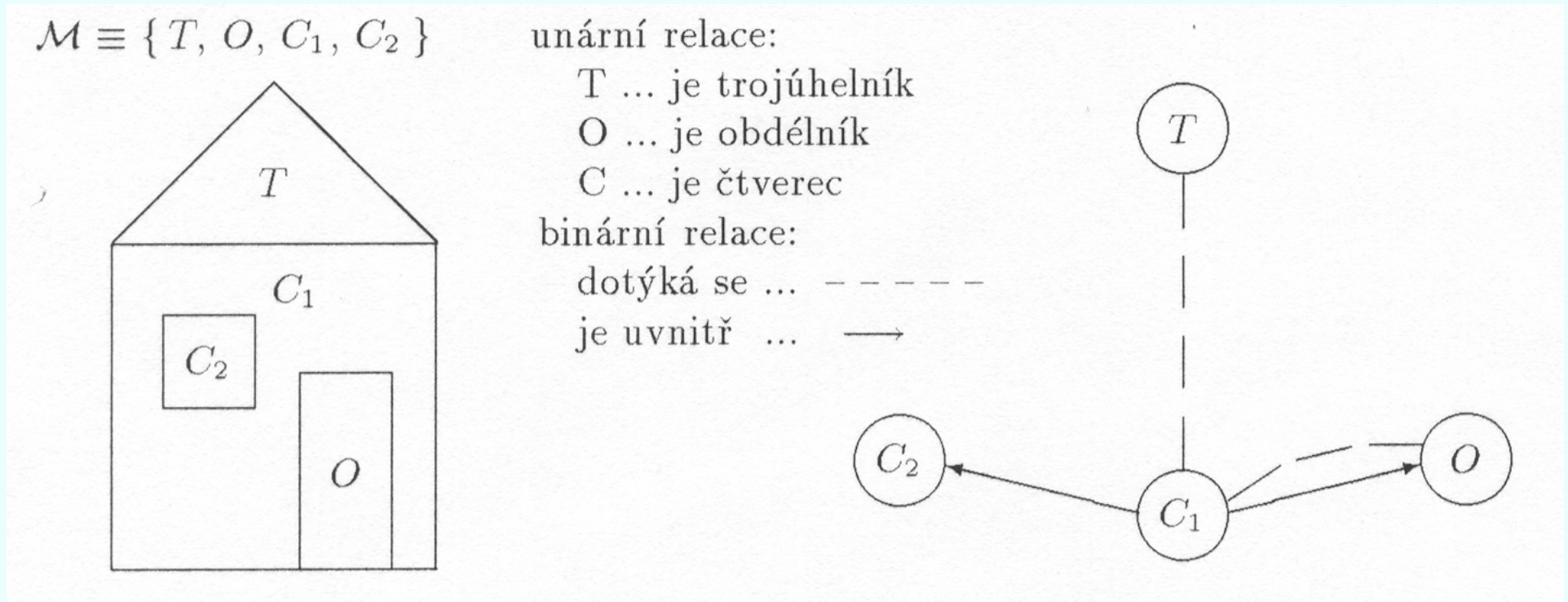
4. Rozpoznávání a klasifikace

Jak postupovat při vytváření strukturních popisů:

1. nalézt všechna **primitiva** a přiřadit jim prvky nosiče struktury;
2. každému prvku struktury přiřadit **vlastnost** (unární relaci) označenou jménem (symbolem) odpovídajícího primitiva;
3. určit **vztahy mezi primitivy** (binární relace), čímž vytvoříme **relační strukturu**;
4. doplnit případnou informaci číselné povahy (vytvoříme **sémantickou informaci**, popř. sémantický vektor).

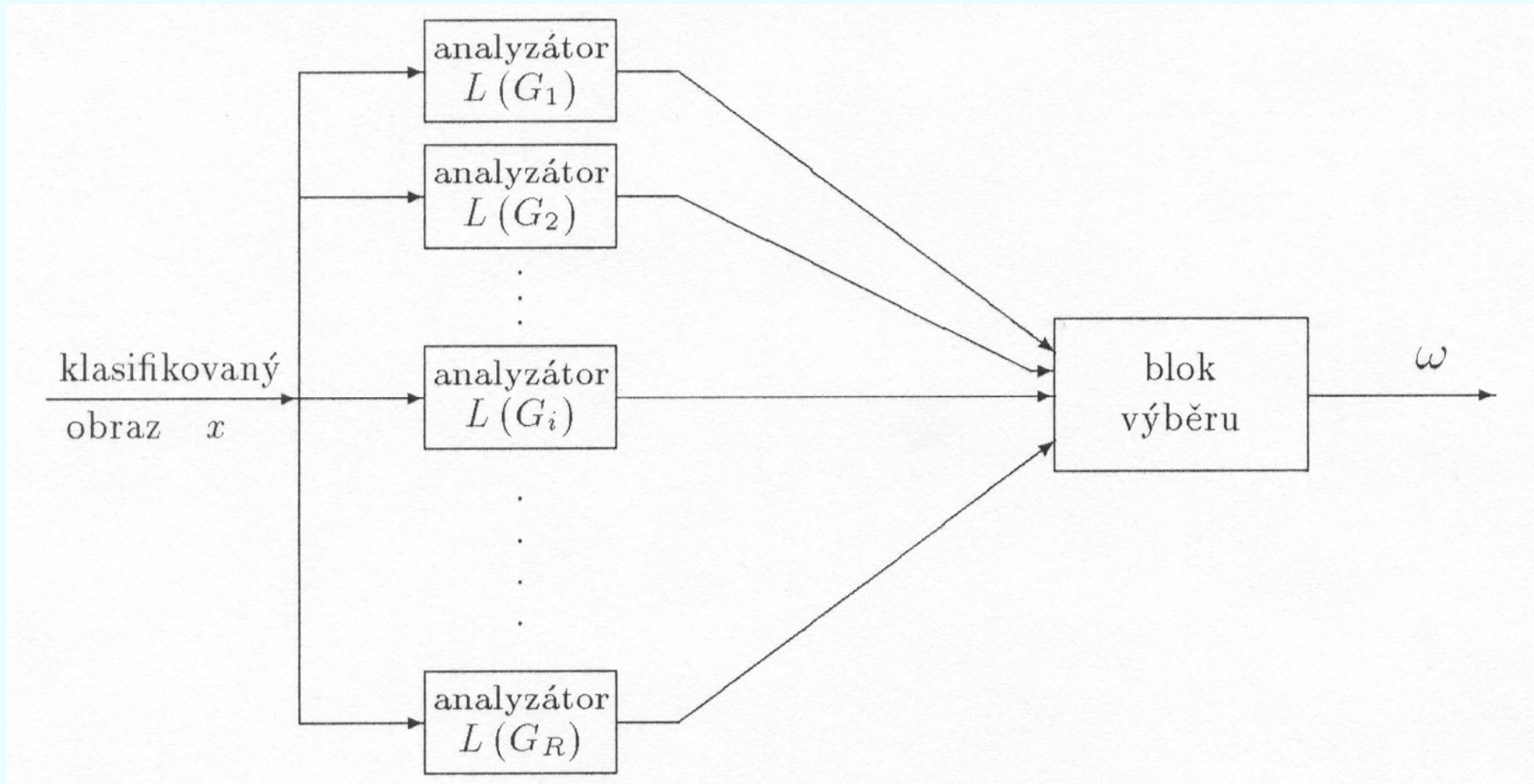
4. Rozpoznávání a klasifikace

Vytváření popisné relační struktury (strukturního obrazu)



4. Rozpoznávání a klasifikace

Struktura klasifikátoru



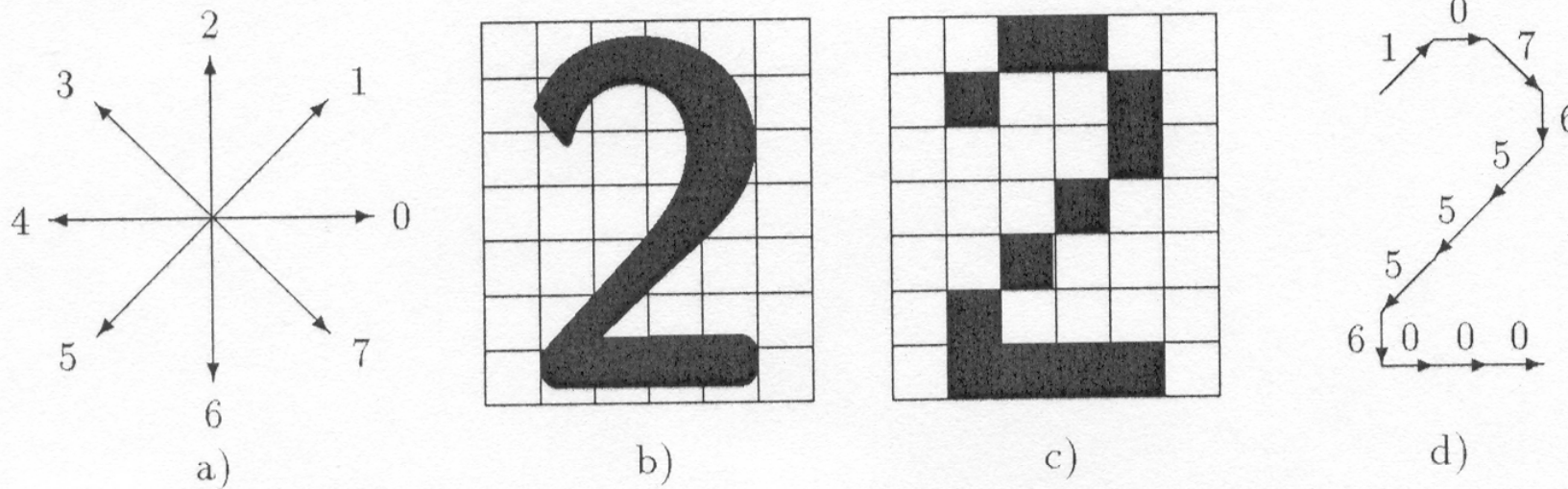
4. Rozpoznávání a klasifikace

Extrakce primitiv, vytváření strukturních obrazů

1. **Počet** typů (druhů) primitiv i relací (vztahů) mezi nimi by měl být **co nejmenší** .
2. **Primitiva** by měla **odpovídat** základním (přirozeným) **strukturním elementům** objektu, jimiž lze objekt vyčerpávajícím způsobem popsat; přitom primitiva musejí být snadno **extrahovatelná** a **klasifikovatelná** (nejčastěji některou příznakovou metodou).
3. **Nalezení** (určení) **primitiv** a **relací** mezi nimi (způsob nalezení, algoritmus, ...) by mělo být **algoritmicky co nejjednodušší**.

4. Rozpoznávání a klasifikace

Příklad extrakce primitiv Freemanovým kódem



Výsledná reprezentace tvaru číslice **2**: 10765556000

- Obr. 5.7: Příklad popisu číslice **2** Freemanovým řetězovým kódem
- a) směrová růžice Freemanova kódu
 - b) "překrytí" kódovaného znaku kódovacím rastrem
 - c) přibližná reprezentace znaku v kódovacím rastru
 - d) posloupnost směrů v kódovacím rastru reprezentující znak **2**

4. Rozpoznávání a klasifikace

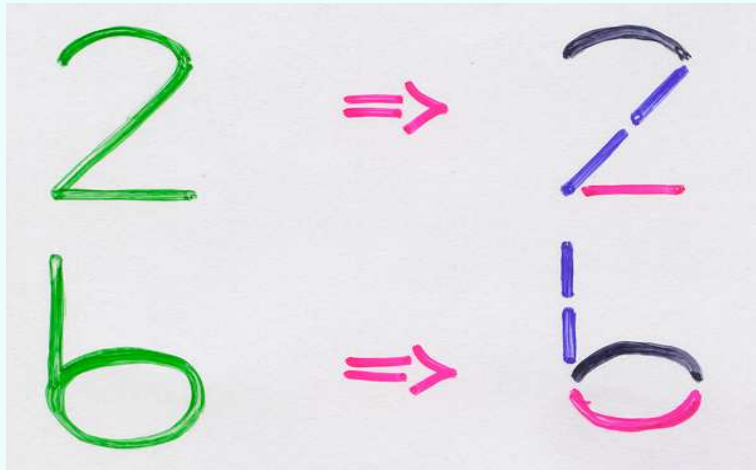
Př.: Strukturní rozpoznávání (**klasifikace !**) ručně psaných číslíc

TEST SPOLEHLIVOSTI OCR PÍSM A HANDPRINT NUMERIC	
SKODA, K. P., PLZEŇ - OTR/VŠ	SYSTEM SCAN-DATA 2250/1
0	00
1	11
2	22
3	33
4	44
5	55
6	66
7	77
8	88
9	99
A	AA
C	CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
T	TT
X	XX
+	+++++++++
/	////////////////////
0 23456789TX0 23456789TX0 23456789TX	

TESTOVACÍ FORMULÁŘ OCR PÍSM A HANDPRINT NUMERIC			
SKODA, K. P., PLZEŇ - OTR/VŠ	SYSTEM SCAN-DATA 2250/1	VZOR PÍSM A	0123456789ACTX+/
EV. ČÍS.	OSOBNÍ ČÍSLO	PROV. - STR.	DD MM RR
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
KZ	PZ	KZ - NEVYPLNĚNÝ - CELOU ŘÁDKU VYPLNIT ZNAKY PZ X - ZRUŠENÍ ČTENÍ ŘÁDKY, 1 - VYPLNIT / + 2 - VYPLNIT 0 × 9, 4 - VYPLNIT A C T X, 6 - 0 × 9 × T	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	9	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	A	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	C	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	T	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	X	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	+	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	/	
KZ	PZ	ŘÁDKY VYPLŇTE LIBOVOLNÝM PŘEDEPSANÝM ZNAKEM PZ NEBO LIBOVOLNOU KOMBINACÍ ZNAKŮ	

4. Rozpoznávání a klasifikace

Vytvoření strukturního popisu



Definujeme primitiva

primitivum	/		—	\	()	⤴	⤵
označení	A	B	C	D	E	F	G	H

Strukturní popisy:

2: GAAC

6: BBHG (BBGH)

Definujeme primitiva

primitivum	/		—	\	⤴	⤵	⤶	⤷
označení	A	B	C	D	E	F	G	H

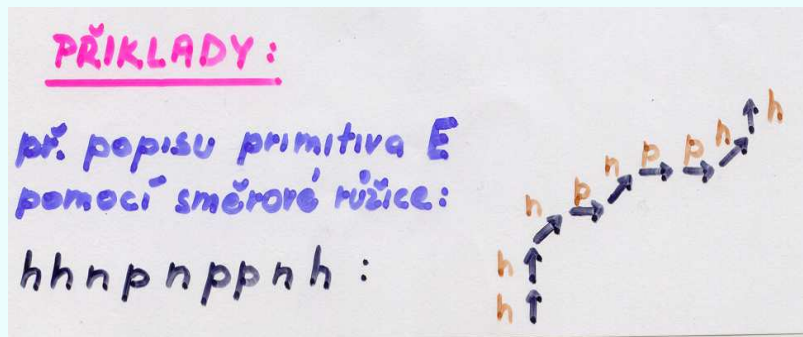
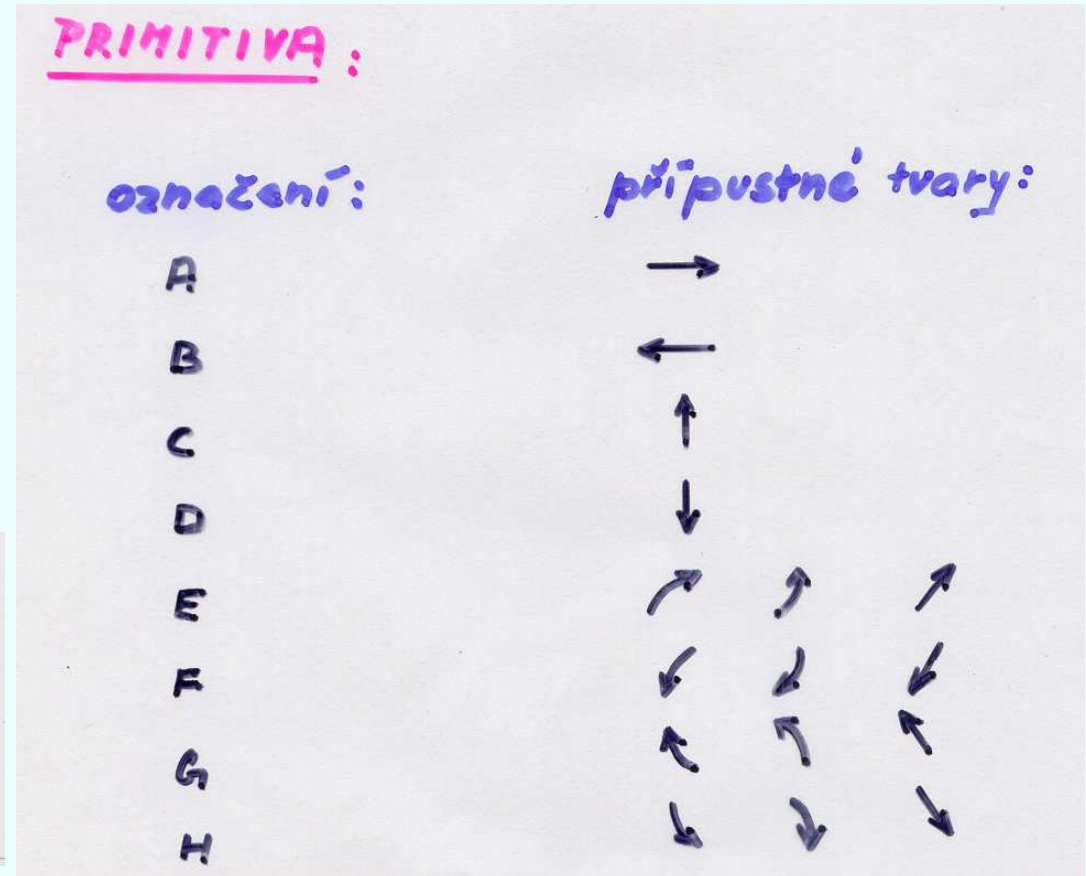
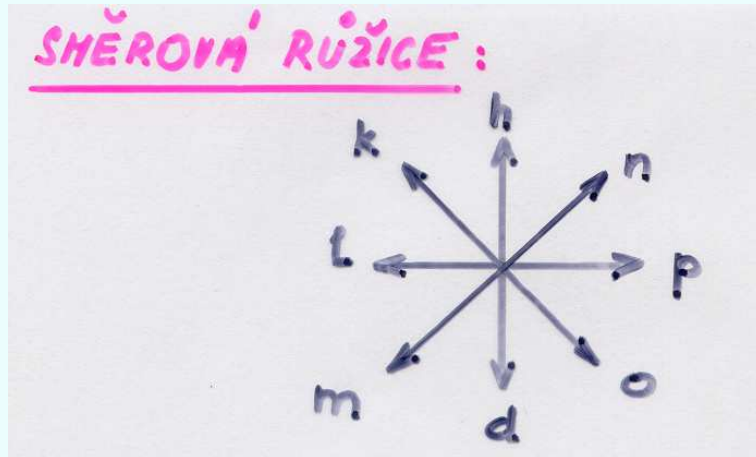
Strukturní popisy:

2: EFAAACC

6: BBBGHFE (BBBEFHG)

4. Rozpoznávání a klasifikace

Praktický příklad extrakce primitiv

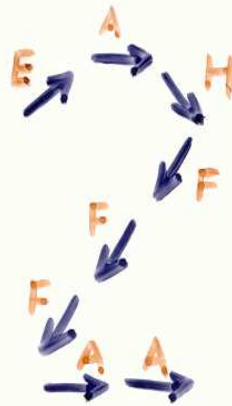


4. Rozpoznávání a klasifikace

Strukturní popisy (obrazy) číslic 2 a 6 :

*př. popisu číslice 2
pomocí primitiv :*

EAHFFFAA:

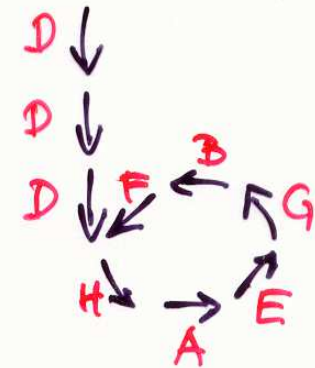
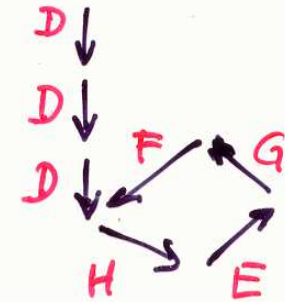


Číslice 6:

DDDHGEF

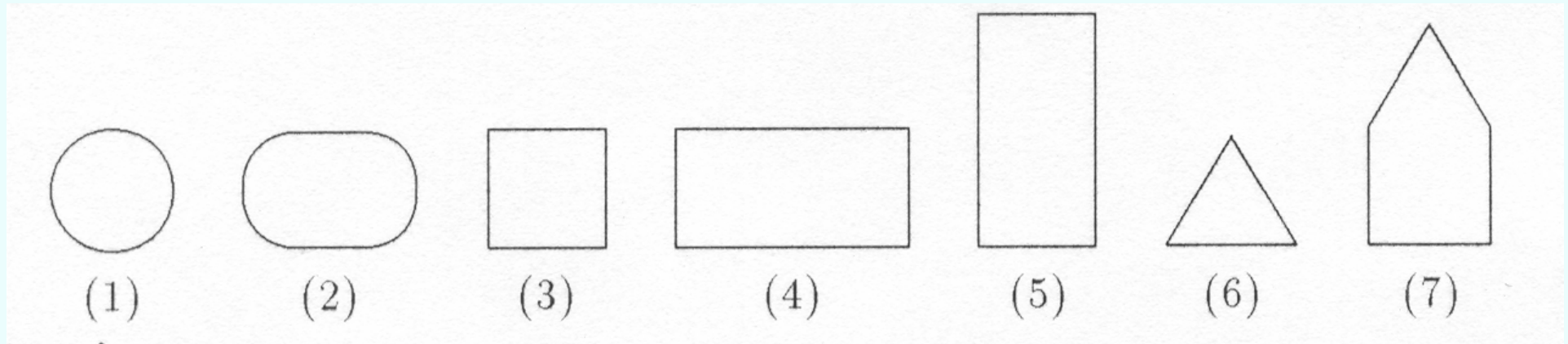
nebo

DDHAEQBF



4. Rozpoznávání a klasifikace

Strukturní rozpoznávání geometrických objektů



primitivum	—		/	\	()
symb. označení	a	b	c	d	e	f

4. Rozpoznávání a klasifikace

Gramatiky

a

strukturní popisy objektů

$$\begin{aligned} G_1 &= \langle V_{N1}, V_{T1}, S_1, R_1 \rangle & G_2 &= \langle V_{N2}, V_{T2}, S_2, R_2 \rangle \\ V_{N1} &\equiv \{S_1, X_1, Y_1\} & V_{N2} &\equiv \{S_2, X_2, Y_2, Z\} \\ V_{T1} &\equiv \{e, f\} & V_{T2} &\equiv \{a, e, f\} \\ R_1 &\equiv \{S_1 \rightarrow X_1 Y_1, & R_2 &\equiv \{S_2 \rightarrow X_2 Y_2, X_2 \rightarrow eZ, \\ & X_1 \rightarrow e, Y_1 \rightarrow f\} & & Y_2 \rightarrow fZ, Z \rightarrow aZ|a\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_3 &= \langle V_{N3}, V_{T3}, S_3, R_3 \rangle & G_4 &= \langle V_{N4}, V_{T4}, S_4, R_4 \rangle \\ V_{N3} &\equiv \{S_3, X_3, Y_3\} & V_{N4} &\equiv \{S_4, X_4, Y_4\} \\ V_{T3} &\equiv \{a, b\} & V_{T4} &\equiv \{a, b\} \\ R_3 &\equiv \{S_3 \rightarrow (X_3 Y_3)^2, & R_4 &\equiv \{S_4 \rightarrow (X_4 Y_4)^2, \\ & X_3 \rightarrow b, Y_3 \rightarrow a\} & & X_4 \rightarrow b, Y_4 \rightarrow aY_4|a\} \end{aligned}$$

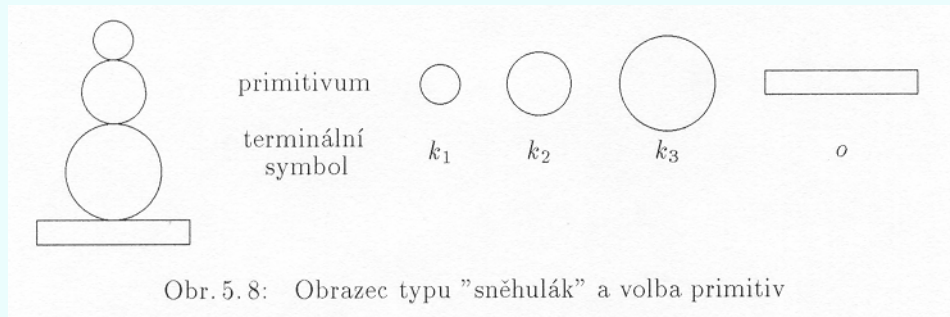
$$\begin{aligned} G_5 &= \langle V_{N5}, V_{T5}, S_5, R_5 \rangle & G_6 &= \langle V_{N6}, V_{T6}, S_6, R_6 \rangle \\ V_{N5} &\equiv \{S_5, X_5, Y_5\} & V_{N6} &\equiv \{S_6, X_6\} \\ V_{T5} &\equiv \{a, b\} & V_{T6} &\equiv \{a, c, d\} \\ R_5 &\equiv \{S_5 \rightarrow (X_5 Y_5)^2, & R_6 &\equiv \{S_6 \rightarrow cX_6 d, \\ & X_5 \rightarrow bX_4|b, Y_5 \rightarrow a\} & & X_6 \rightarrow a\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_7 &= \langle V_{N7}, V_{T7}, S_7, R_7 \rangle \\ V_{N7} &\equiv \{S_7, X_7, Y_7\} \\ V_{T7} &\equiv \{a, b, c, d\} \\ R_7 &\equiv \{S_7 \rightarrow cX_1 d, \\ & X_7 \rightarrow Y_7 a Y_7, Y_7 \rightarrow b Y_7 | b\} \end{aligned}$$

- (1) ef
- (2) eafa, resp. eafaa ... $e(a)^n f(a)^n$
- (3) baba
- (4) baabaa, resp. baaabaaa ... $b(a)^n b(a)^n$
- (5) bbabba, resp. bbbabbbba ... $(b)^n a(b)^n a$
- (6) cad
- (7) cbabd, resp. cbbabbd ... $c(b)^n a(b)^n d$

4. Rozpoznávání a klasifikace

Strukturní rozpoznávání s využitím sémantické informace



Obr. 5. 8: Obrazec typu "sněhulák" a volba primitiv

Strukturní popis:

$k_1 k_2 k_3 o$

„klasická“ regulární gramatika:

$$G_{sněh} = \langle V_{N_{sněh}}, V_{T_{sněh}}, S, R_{sněh} \rangle ,$$

kde

$$V_{N_{sněh}} \equiv \{ S, A, B, C \} ,$$

$$V_{T_{sněh}} \equiv \{ k_1, k_2, k_3, o \} ,$$

$$R_{sněh} \equiv \{ S \rightarrow k_1 A, A \rightarrow k_2 B, B \rightarrow k_3 C, C \rightarrow o \} .$$

Využijeme-li atributovou regulární gramatiku, dostaneme:

$$k_{(6)} k_{(8)} k_{(10)} o .$$

Třidu "sněhuláků" lze pak reprezentovat atributovou regulární gramatikou

$$G_{a_sněh} = \langle V_{N_{a_sněh}}, V_{T_{a_sněh}}, S, R_{a_sněh}, C_{a_sněh}, P_{a_sněh}, \mathbf{v} \rangle ,$$

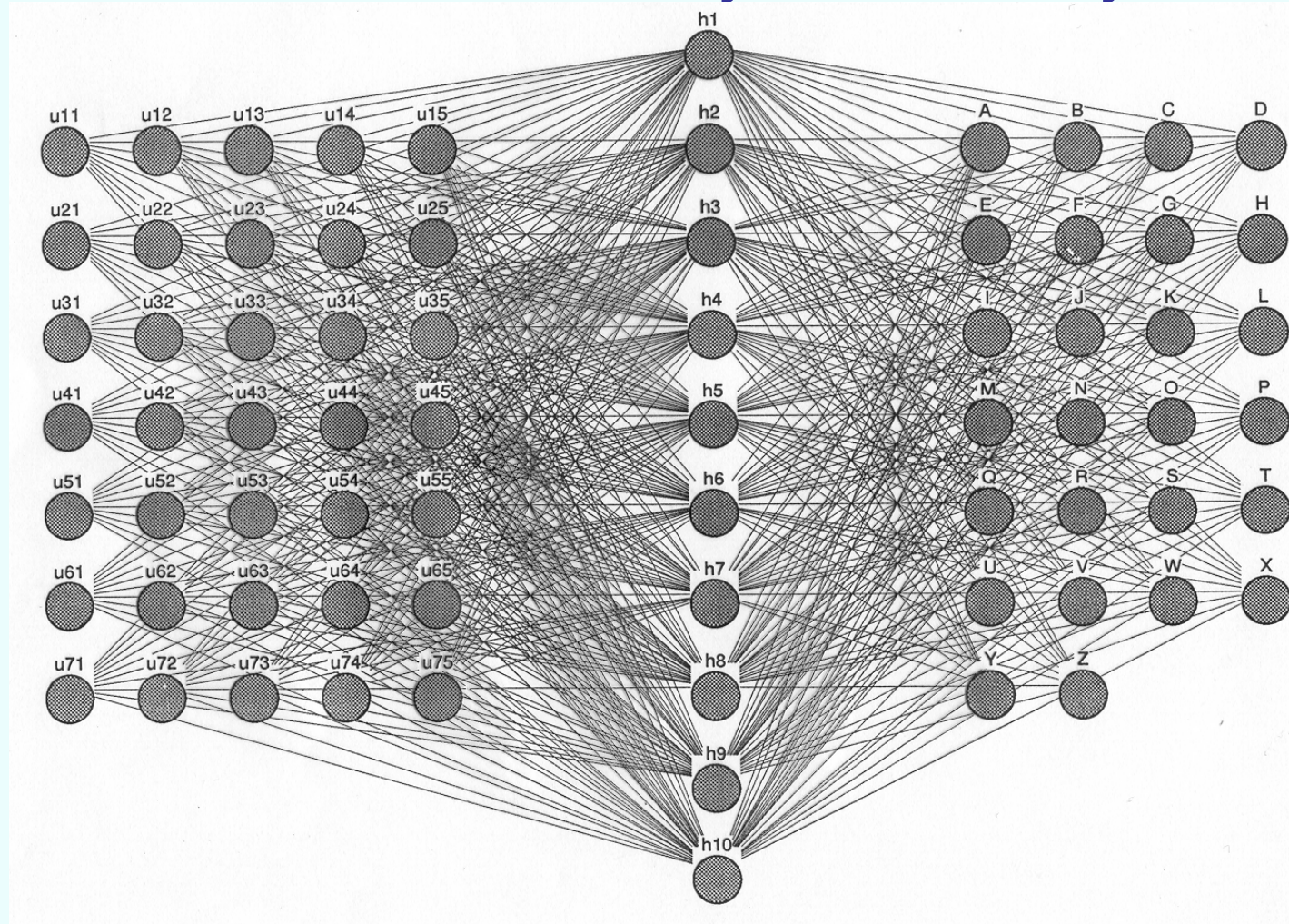
kde $V_{N_{a_sněh}} \equiv \{ S, A \}$, $V_{T_{a_sněh}} \equiv \{ k, o \}$,

vektor \mathbf{v} obsahuje jediný parametr v_1 označující poloměr koule a množina přepisovacích pravidel bude ve tvaru

$R_{a_sněh} :$	r_i	$C_{a_sněh}$	$P_{a_sněh}$
	$S \rightarrow k A$		$v_1 = 0$
	$A \rightarrow k A$	$par \geq v_1$	$v_1 = par$
	$A \rightarrow o$		

4. Rozpoznávání a klasifikace

Příklad klasifikace znaků umělými neuronovými sítěmi



4. Rozpoznávání a klasifikace

Klasifikace znaku M:

