Statistické „sledování“ jakosti, procesní.

SPC (Shewhartovy – Statistical Process Control Charts) diagramy

Diagramy pro kvalitativní znaky – atributy

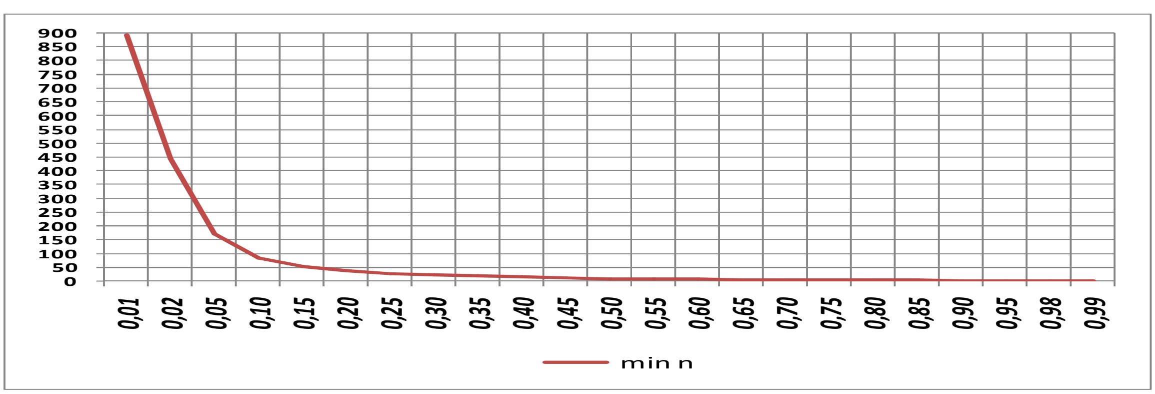
Předpokládáme, že sledujeme některý znak (vadu, …) a v „jednom časovém okamžiku“ pořídíme náhodný výběr o rozsahu n a registrujme k sledovaných znaků (při každém pozorování buď žádný, nebo jen jeden, tj. pokud registrujeme na výrobcích skutečnost vadný-bez vady, registrujeme v n vybraných právě k vadných). Označíme $\hat{p}_t = \frac{k_t}{n}$ relativní četnost vadných v celém výběru uskutečněném v čase t. Potom $E\{\hat{p}_t\} = \frac{E\{k_t\}}{n} = \frac{np}{n} = p$, tedy $\hat{p}_t$ je nestranným odhadem parametru p. Pro rozptyl k_t platí $\sigma^2\{k_t\} = np(1-p)$ a proto pro rozptyl $\hat{p}_t$ platí $\sigma^2\{\hat{p}_t\} = \frac{np(1-p)}{n^2} = \frac{p(1-p)}{n}$ a pro směrodatnou odchylku pak $\sigma\{\hat{p}_t\} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$. Odtud lze odvodit dva typy diagramů. První v případě, že parametr p je známý a druhý v případě kdy jej odhadujeme. Oba typy vycházejí z asymptotické normality statistiky $\hat{p}_t = \frac{k_t}{n}$ s doplněním pravidla tří sigma.

První typ – parametr p je známý

$DMZ_{\bar{x}} = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ dolní mez zásahu (LCL – Lower Control Limit) a

$HMZ_{\bar{x}} = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ horní mez zásahu (UCL – Upper Control Limit)

Z hodnoty dolní meze lze odvodit nutnou podmínku pro přípustnost využití asymptotické normality. Z povahy problému je zřejmé, že $DMZ_{\bar{x}} > 0$, tj. $p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} > 0$. Řešením této nerovnosti vůči n dostaneme $n > 9\left(\frac{1-p}{p}\right)$. Což je dolní velikost jednoho výběru. Velikost takového výběru charakterizuje následující graf a tabulka:



p	min n
0,01	891
0,02	441
0,05	171
0,10	81
0,15	51
0,20	36
0,25	27
0,30	21
0,35	17
0,40	14
0,45	11
0,50	9
0,55	8
0,60	6
0,65	5
0,70	4
0,75	3
0,80	3
0,85	2
0,90	1
0,95	1
0,98	1
0,99	1

Tam kde není předem dáno p nebo se v průběhu času mění, použije se místo něj:
$\overline{p} = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m}\hat{p}_t$ nebo plovoucí průměr $\overline{p_t} = \frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1}\hat{p}_{t-i}$, velikost celkového času nebo časového okna m se určí z požadované přesnosti odhadu ρ (přes intervalový odhad) a hladiny významnosti α. Zde se opět předpokládá asymptotická normalita. Šíře intervalu spolehlivosti pro parametr p pak bude a musí splňovat podmínku $2u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{mn-1}} < \rho$, kde p je odborný nebo znalecký odhad pravděpodobnosti výskytu vady. Někdy se pro toto číslo může použít odhadu pomocí hladin AQL, RQL:

p_1 znamená přijatelný podíl vadných v dodávce (Acceptable Quality Level = **AQL**),

p_2 nepřijatelný podíl (Reject Quality Level = **RQL**), proto je přijatelný předpoklad $p_1 < p_2 < \mathbf{0{,}5}$, v tomto případě $p = p_2$ a $u_{1-\alpha/2}$ je $1-\alpha/2$ kvantil normovaného a centrovaného normálního rozdělení, tedy $u_{1-\alpha/2} = \Phi^{-1}\left(1-\alpha/2\right)$. Proto m bude nejmenší přirozené číslo splňující nerovnost $m > \frac{4u_{1-\alpha/2}^2 p_2(1-p_2)+\rho^2}{n\rho^2}$. Někdy se užívá aproximace nezávislá na znalosti p: $m > \frac{u_{1-\alpha/2}^2+\rho^2}{n\rho^2}$.

Námět: odvoďte ji. Návod: nalezněte maximum funkce $p_2(1-p_2)$ na intervalu $(0,1)$.

V případě, že reálné velikosti výběrů n neumožňují využití asymptotické normality a prakticky je dáno n a hladina významnosti α používá se následujícího postupu:
Naleznou se dvě čísla k_D, k_H taková že:

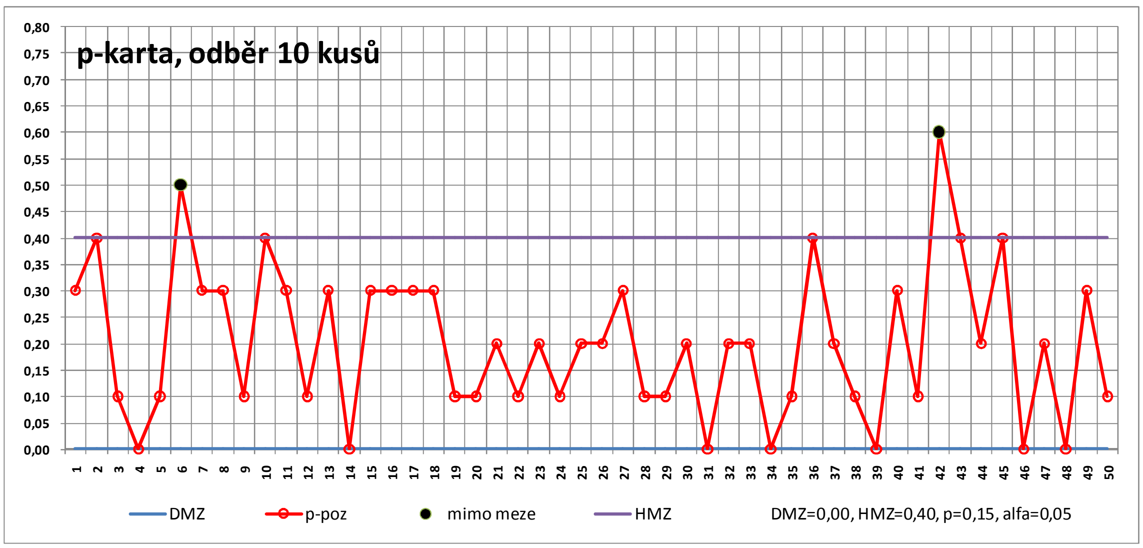
$$k_D = \min\left\{k : \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \geq \frac{\alpha}{2}\right\} \text{ a } k_H = \max\left\{k : \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \leq 1-\frac{\alpha}{2}\right\}$$

Následně se HMZ a DMZ stanoví:

$DMZ_{\bar{x}} = \dfrac{k_D}{n}$ dolní mez zásahu (LCL – Lower Control Limit) a

$HMZ_{\bar{x}} = \dfrac{k_H}{n}$ horní mez zásahu (UCL – Upper Control Limit)

Příklad modelové p-karty



Modifikace: karta vyjadřující jen počet vadných kusů z výběru, … .

Doporučená a zdrojová literatura:

Jiří Reif	Metody matematické statistiky, ZČU v Plzni 2004
Jaroslav Hátle, Jiří Likeš	Základy počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky. SNTL Praha 1974.
C. Radhakrishna Rao	Lineární metody statistické indukce a jejich aplikace, ACADEMIA, Praha 1978
Douglas C. Montgomery	Introduction to Statistical Quality Control, 5th Edition. John Wiley & Sons, August 2004.
	http://www.qualityamerica.com/