Problémy demokratických voleb.

- Paradox demokratických voleb, Condorcet, Borda.
- Teoretický pohled na volby.
- Nemožnost splnění všech požadavků na demokratické volby, Arrow. Problém transformace individuálních preferencí na skupinové.
- Poměrné a většinové systémy.
- Náznaky volební matematiky.
- České volby do Poslanecké sněmovny.
- České volby do Senátu.
- Statistický náznak konvergence k soustavám dvou stran, Spojené království.
- Statistický náznak konvergence k soustavám dvou stran, Česká republika.

Paradox demokratických voleb, Condorcet, Borda.

V klasických volbách může být zvolen kandidát, jehož většina nechce.

***Příklad:* 21 voličů, 4 kandidáti**

Počet voličů	**3**	**5**	**7**	**6**
Pořadí	**a**	**a**	**b**	**c**
přízně, shora	**b**	**c**	**d**	**b**
nejlepší	**c**	**b**	**c**	**d**
dole nejhorší.	**d**	**d**	**a**	**a**

Většinou 8 hlasů je zvolen kandidát „a“ který je pro 13 voličů nejhorším kandidátem. ***Která „většina je rozhodující“?***

Problém je v tom, že klasické volby z individuálních uspořádání kandidátů berou do hodnocení (do skupinového uspořádání) pouze prvního kandidáta. Další problém je tím, že proklamace ***„většina je rozhodující“*** je mnohoznačná.

V moderní době je formulace problému demokratických voleb připisována dvěma osobám (aktérům francouzské revoluce) jednak **Marie Jean Antoine Nicolas Caritat, marquis de Condorcet** (1743-1794) a **Jean Charles de Borda** (1733 – 1799). Formulace a znalost je patrně starší.

Sociální a socializující proudy 18-tého století otevíraly problematiku společenské volby = sloučení individuálních preferencí do jedné skupinové preferenční relace. Objevovaly se teoretické a teoretizující studie dané problematiky.

Problém se táhnul dlouhou dobu a vlastně se táhne dodnes. Jeho teoretické řešení dal až **Kenneth Arrow (*1921)** ve své práci **Social Choice and Individual Values, 1951.** Zde dokázal, že jedinými systémy, splňujícími všechny teoretické požadavky na skupinový výběr (demokratickou volbu) jsou diktatury (a to v případě, že existují alespoň ***tři kandidáti*** nebo tři varianty volby). Je to velice ***volně řečeno, bude upřesněno dále.***

Klasická řešení

Bordovo řešení.

Každý volič zveřejní pořadí svých kandidátů nejlepší má pořadí jedna, nejhorší má pořadí rovné počtu disponibilních kandidátů. Pořadí všech voličů se sečtou a zvolen je kandidát s nejnižším součtem pořadí.

Problémy.

- Může být zvolen kandidát, jehož nedal žádný jedinec na první místo.
- Může nastat situace, kdy je zvoleno na jedno místo více kandidátů.
- Problémy vznikají, když preferenční relace voliče je neostrá = někteří kandidáti mají u voliče shodné pořadí (relace indiference).

Výhody

- Je vždy zvolen alespoň jeden kandidát.

de Condorcetovo řešení

Vychází z modelu turnaje. Vítěz voleb by měl zvítězit v „souboji“ s každým z dalších kandidátů.
Proto:

1. Každý z voličů uspořádá kandidáty vzestupně od nejlepšího k nejhoršímu, shody nejsou přípustné.
2. Vytvoří se skupinová preference na základě následujícího pravidla: kandidát A je skupinově lepší než kandidát B, pokud kandidát A byl (individuálně) lepší u více voličů než kandidát B.
3. Vítězem voleb je kandidát, pro kterého je každý další kandidát skupinově horší.

Problémy

- Vítěz voleb nemusí existovat.
- Nepřípustnost individuálních indiferencí (shod, praktický problém – umíme většinou dobře vymezit začátek a konec stupnice – nejlepší a nejhorší kandidáty, neumíme uspořádat střed stupnice – individuálně nezajímavé kandidáty).

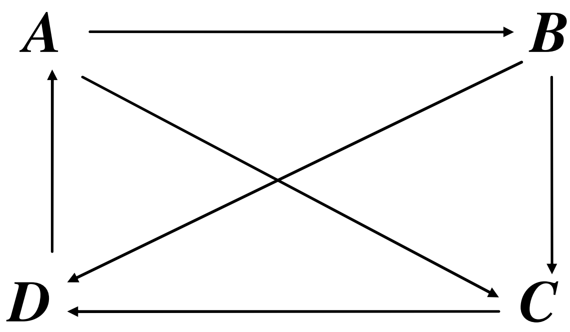
Výhody

- Pokud existuje řešení, pak asi nejspravedlivější pravidlo.

***Příklad:* 7 voličů, 4 kandidáti**

Počet voličů	**2**	**2**	**1**	**2**
Pořadí	**D**	**C**	**B**	**A**
příznë, shora	**C**	**B**	**A**	**D**
nejlepší	**B**	**A**	**D**	**C**
dole nejhorší.	**A**	**D**	**C**	**B**

De Condorcetova skupinová preference



Klasické volební (vzorkovací) pravidlo
Nejvíce hlasů D, C, A.
Nejhorší A, D, B

Bordovo řešení

Součet pořadí	C	16
	D	17
	A	18
	B	19

De Condorcetovo pravidlo nedává vítěze, skupinová preference není tranzitivní (C→D, D→A ale A→C) a tvoří cykly.

Klasické volební pravidlo dává více vítězů. Pravděpodobnost této situace s počtem voličů ale rychle klesá. Bordovo řešení dává jediného vítěze a to C. Toho však dali na prvé místo pouze dva voliči.

Moderní zkoumání, Kenneth Arrow[1]

Formulace:
Je dána konečná množina kandidátů (alternativ) $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}; m \geq 3$ a konečná množina voličů (rozhodovatelů) $V = \{1, 2, \ldots, n\} \subset N; n > 1$.

Každý z voličů $i \in V$ disponuje relací neostré preference nad množinou kandidátů s následujícími vlastnostmi:

1. $a_j, a_k \in A \Rightarrow (a_j \trianglelefteq_i a_k) \vee (a_k \trianglelefteq_i a_j)$ - úplnost.
2. $a_j, a_k, a_l \in A \Rightarrow [(a_j \trianglelefteq_i a_k) \wedge (a_k \trianglelefteq_i a_l) \Rightarrow (a_j \trianglelefteq_i a_l)]$ - tranzitivita.
3. Místo značení $(a_j \trianglelefteq_i a_k)$ budeme někdy používat konvenci $(a_j, a_k) \in R_i$

Z této relace jsou odvozeny pro každého volitele $i \in V$ relace ostré preference $\prec_i$ a relace indiference $\approx_i$.

- $a_j, a_k \in A \Rightarrow (a_j \prec_i a_k) \Leftrightarrow neplatí(a_k \trianglelefteq_i a_j)$
- $a_j, a_k \in A \Rightarrow (a_j \approx_i a_k) \Leftrightarrow (a_k \trianglelefteq_i a_j) \wedge (a_j \trianglelefteq_i a_k)$

---

[1] **Kenneth Joseph Arrow** (born August 23, 1921) is an American economist and joint winner of the Nobel Memorial Prize in Economics with John Hicks in 1972.

Profilem společnosti (voličstva) budeme rozumět uspořádanou *n*-tici $(R_1, R_2, ..., R_n)$

Výběrovou (***volební,*** společenského blahobytu, …) funkcí budeme rozumět každé zobrazení: $F : (R_1, R_2, ..., R_n) \mapsto R \subset AxA$. Kde R je společenskou (volební, …) relací preference splňující požadavky 1. a 2. F je tedy zobrazení, které skupině individuálních preferencí přiřazuje skupinovou (sociální) preferenci. Místo $(a_j, a_k) \in R$ bude někdy používáno značení $a_j \lhd a_k$.

Demonstrační příklad:
$A = \{a_1, a_2, a_3\}$, $V = \{1,2\}$, tj. tři varianty a dva voliči (rozhodovatelé).

Možné (individuální a i společenské) preference:

R^1	R^2	…	R^i	R^{i+1}	…	R^{13}
a_1	a_1		a_1, a_2	a_3		a_1, a_2, a_3
a_2	a_3		a_3	a_1, a_2		
a_3	a_2					

Přehled možných volebních (výběrových, sociálních, agregačních) funkcí bude vypadat následovně:

1	2		F_1	F_2		F_k	F_{k+1}	…	F_S
R^1	R^1		R^1	R^1		R^1	R^2		R^{13}
R^1	R^2		R^1	R^2		R^1	R^2		R^{13}
R^1	R^3		R^1	R^3		R^1	R^2		R^{13}
…	…		…	…	…	…	…	…	…
R^{13}	R^{11}		R^{13}	R^{11}		R^1	R^2		R^{13}
R^{13}	R^{12}		R^{13}	R^{12}		R^1	R^2		R^{13}
R^{13}	R^{13}		R^{13}	R^{13}		R^1	R^2		R^{13}

Pokud je volební funkce „konstantou“ tj. libovolnému profilu přiřazuje jednu a tutéž společenskou preferenci (zde např. F_k, F_{k+1}, …, F_S) bývá nazývána **vnucenou volbou** (výsledek je predestinován).

Pokud je výsledkem volební funkce preference některého z voličů a nezávisle na tom jakou sám má, bývá nazývána **diktaturou**. Výsledek voleb je dán vybraným voličem (diktátorem), (zde např. F_1-diktátor je 1, F_2-diktátor je 2).

Omezení (požadované vlastnosti) na volební funkci (předpis pro tvorbu výsledku voleb z individuálních preferencí) jsou popsána následujícími definičními (spíše vazebními) vztahy:

1. Volební funkce je definována pro každý profil, počet kandidátů (variant) je alespoň tři, společnost má alespoň dva jedince. Poznámka – výsledkem volební funkce je společenská relace preference, která je úplnou a tranzitivní relací nad množinou kandidátů (alternativ). Námět: Je toto splněno u Condorcetova řešení?

2. Podmínka **positivní vazby společných a individuálních preferencí**. Jestliže pro preferenci po společné (sdružující) volební funkci platí $y \lhd x$, pak totéž bude platit při následujících změnách profilu (voličstva nebo jejich preferenčních relací):
    a. Vzájemný vztah jednotlivých dvojic alternativ neobsahujících x se nemění.
    b. Vzájemných vztah mezi alternativou x a jakoukoliv další alternativou zůstane stejný nebo bude změněn ve prospěch alternativy x.

    (obě modelové změny jsou spojeny logickou spojkou A)

3. Pokud $B \subset A$ je některá neprázdná množina kandidátů a R_B je společná relace preference na B indukovaná společnou preferencí R (=dílčí výsledek voleb {volební pořadí} pro vybranou množinu kandidátů) pak se **relace R_B nezmění při jakýchkoliv změnách v profilu týkajících se kandidátů $A \setminus B$.**

    Přeloženo: Pokud zůstanou zachovány individuální preference týkající se vybrané skupiny kandidátů, nemůže se změnit jejich pořadí v jejich výběru ve výsledku voleb po takových změnách.

    Námět: najděte konstelaci hlasování, která při vyhodnocení Bordovým postupem nesplní tuto podmínku.

4. Pro každou dvojici kandidátů x, y existuje takový profil a volební funkce, pro který platí $y \lhd x$ ve společenské preferenční relaci.

    Přeloženo: nemůže existovat kandidát, který by za žádných podmínek nemohl být zvolen (**100% nevolitelnost je nepřípustná**).

5. Neexistuje volič takový, že kdykoliv změní své preference, změní se výsledek voleb podle takové změny. **Ne-diktátorství**. Nemůže existovat na světě volební systém ten, který by vyhovoval vždy alespoň jedinému voliči.

Arrow's Impossibility Theorem: Volební systém $\boldsymbol{F} : (\boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2, \ldots, \boldsymbol{R}_n) \mapsto \boldsymbol{R} \subset \boldsymbol{AxA}$ splňující podmínky 1-5 neexistuje.

Modifikace: Jediný volební systém splňující podmínky 1-4 je diktatura.

Triviální důsledek: při dvou kandidátech existuje volební systém splňující podmínky 1-5.

Existují různé formulace základních požadavků, např. [1]. AROWova práce byla podnětem pro rozsáhlé modifikace a rozsáhlé reformulace důkazu základního tvrzení. Existuje mnoho interpretací, někdy i plynoucích z nepochopení a neporozumění podstatě problému (nemožnost demokracie, …., či výklad, že s rostoucím počtem voličů dochází k problémům, ….).

Poměrné a většinové systémy

Poměrné systémy

Poměrný systém je takový, že se do zastupitelského sboru volí (předem daný nebo i předem neurčený) počet kandidátů z každého volebního okrsku. Požadavek na převod kandidátů na zastupitele je v tom, že voliči dávají své hlasy jednotlivým volebním stranám a do zastupitelského sboru postupují kandidáti „v poměru, ve kterém byly dány hlasy jednotlivým stranám“. Problém je v tom, že ***počet volitelných zastupitelů bývá menší než počet voličů***. Tedy požadavek v předchozí větě není ve striktním slova smyslu dodržitelný. Může být dodržen jen přibližně v nějakém výkladu smyslu slova přibližně.

Jeden z možných způsobů řešení (Princip Hagenbach–Bishoffovy[2] metody):

Tzv.: **1. skrutinium** spočte se mandátové číslo, tj. počet hlasů připadající v celém okrsku na jeden mandát (a to na celé číslo dle matematického zaokrouhlování).

α: Tímto mandátovým číslem se vydělí počet hlasů pro stranu a určí pro každou stranu jistý počet mandátů (=dolní celá část počtu hlasů pro stranu po vydělení mandátovým číslem).

2 *(další?)*. skrutinium: Stanoví se počet hlasů pro strany po odečtení hlasů již pokrytými mandáty. Dále se stanoví počet dosud nepřidělených mandátů. Z těchto čísel se stanoví nové mandátové číslo. Pokud je mandátové číslo vyšší než nejvyšší zbytek (Námět: za jaké situace toto nastává?) rozdělují se zbylé mandáty po jednom, stranám, dle zbytků dosud, mandáty nepokrytých, hlasů – sestupně.

Pokud je mandátové nižší nebo rovno nejvyššímu proces se opakuje od bodu α.

Námět: Nalezněte konstelaci hlasů (a počtu volebních stran) při kterých bude třeba alespoň tří skrutinií (Lze to?).

Příklad: Jak může takovéto rozdělování mandátů dopadnout.

Počet mandátů	11	Mez pro 2. skrutinium		12 000				
Strana	Hlasů pro stranu	Volební poměr	1. skrutinium	Zbytek volebních hlasů nepokrytých v 1. skrutiniu	Volební poměr zbytku	2. skrutinium dle zbytku sestupně	Celkem přidělené mandáty	Počet potřebných hlasů na mandát
A	105 400	0,455	5	175	0,008		5	21 080
B	90 000	0,389	4	5 820	0,276		4	22 500
C	24 100	0,104	1	3 055	0,145		1	24 100
D	12 000	0,052	0	12 000	0,570	1	1	12 000
Celkem	231 500	1,000	10	21 050	1,000	1	11	
Mandátové číslo	21 045			21 050				

[2] Swiss professor of physics and **mathematics** Eduard Hagenbach-Bischoff (1833-1910).

Takovéto řešení dané úlohy je zdánlivě „poněkud problematické“. Na získání mandátu je zapotřebí podstatně různého počtu hlasů (zde se ZDÁ, že tato metoda preferuje malé strany, …).

Odtud se odvíjí celá „lavina“ volebních metodik „korigujících ten či onen nedostatek“.

- Problém většiny takových metodik je v tom, že není řečeno, co znamená pojem „optimální pravidlo rozdělování mandátů dle hlasovacího výsledku“.
- Další problém je v tom, že se jedná o celočíselnou úlohu, jejíž exaktní řešení je patrně NP-úplné („exponenciálně složité“).
- Ne-nezanedbatelný problém je v tom, že řešením takové úlohy se zabývají lidé, bez předchozího ***(alespoň trochu) matematického vzdělání***. Tedy netuší, o čem ve své podstatě mluví.
- Dalším ne-nezanedbatelným problémem je to, že se různá pravidla analyzují na základě konkrétních příkladů „nelogičností“ a jedinečnost bývá prohlašována za obecnost.

d´Hondtova[3] metoda (princip)

Zpracují se podíly hlasů pro strany po dělení nějakou řadou předem daných čísel (řada dělitelů, nejčastěji přirozená čísla 1,2,3, …) a to až do počtu kandidátů uvedených na stranické kandidátce (někdy do počtu mandátů ve volebním okrsku). Tyto podíly se spolu s identifikátorem strany seřadí sestupně. V tomto (klesajícím) pořadí se přidělují mandáty až do počtu přiděleného danému okrsku. Opět na uvedeném příkladu:

Počet mandátů	11
Strana	Hlasů pro stranu
A	105 400
B	90 000
C	24 100
D	12 000
Celkem	231 500

Dělitel	Strana	
1	A	105 400
	B	90 000
	C	24 100
	D	12 000
2	A	52 700
	B	45 000
	C	12 050
	D	6 000
3	A	35 133
	B	30 000
	C	8 033
	D	4 000
4	A	26 350
	B	22 500
	C	6 025
	D	3 000

				A	B	C	D
				4	4	2	1
1	A	105 400	1	1			
2	B	90 000	1		1		
3	A	52 700	1	1			
4	B	45 000	1		1		
5	A	35 133	1	1			
6	B	30 000	1		1		
7	A	26 350	1	1			
8	C	24 100	1			1	
9	B	22 500	1		1		
10	C	12 050	1			1	
11	D	12 000	1				1
12	C	8 033					
13	C	6 025					
14	D	6 000					
15	D	4 000					
16	D	3 000					

Počet hlasů na jeden mandát 21 045,0.

[3] Victor d’Hondt (20.11.1841 – 30.5.1901) was a Belgian lawyer, salesman, jurist of civil law at Ghent University, and **mathematician**.

Počet mandátů	11		
Strana	Hlasů pro stranu	Celkem přidělené mandáty d'Hondt	Počet potřebných hlasů na mandát
A	105 400	4	**26 350**
B	90 000	4	**22 500**
C	24 100	2	**12 050**
D	12 000	1	**12 000**
Celkem	231 500	11	

Opět „nespravedlnost“, největší strana potřebuje dvakrát tolik hlasů na jeden mandát než „malé“ strany.

Modifikace základu d´Hondtovy metody s jinou číselnou řadou

$\sqrt{2},2,3,4,5,\dots,\ \sqrt{n(n-1)},$

Námět: ***Matematicky zdůvodněte postup rozdělování mandátů s pomocí dělitelů.***

Existuje celá řada jiných postupů založených na uvedených dvou principech s heuristickými modifikacemi.

„Exaktní“ řešení:

Je rozdělení mandátů minimalizující kritérium $\sum_{i=1}^{m}\left|\frac{n_i}{k_i}-\frac{n}{k}\right|$, kde

n_i	je počet hlasů pro $i-$tou stranu,
k_i	je počet přidělených mandátů $i-$té straně,
m	je počet stran účinkujících ve volbách v daném volebním okrsku,
$n=\sum_{i=1}^{m}n_i$	je celkový počet zúčastněných voličů,
$k=\sum_{i=1}^{m}k_i$	je celkový počet mandátů přidělovaných v daném volebním okrsku.

Tj. kritérium je součtem absolutních odchylek počtu hlasů **získaných každou ze stran na jeden mandát** od teoretického počtu hlasů **na jeden mandát celého volebního okrsku**.

Pro výše uvedený příklad je to:

Počet mandátů	11
Strana	Hlasů pro stranu
A	105 400
B	90 000
C	24 100
D	12 000
Celkem	231 500

Celkem přidělené mandáty "exaktní" řešení	Složky kritéria "exaktní" řešení	Počet potřebných hlasů na mandát
5	34,5	21 080
4	1 454,5	22 500
1	3 054,5	24 100
1	9 045,5	12 000
Celkem	13 589,1	

Námět: Určete složitost takového řešení.

Návod k řešení: Určete počet rozkladů čísla k v přirozené sčítance, včetně nulových. Tj. určete počet rozkladů čísla k v jediný sčítanec a počet způsobů, kterým lze takovýto jeden sčítanec přiřadit jednotlivým z m volebních stran. Dále určete počet rozkladů čísla k ve dva sčítance a počet způsobů, kterým lze tyto dva sčítance přiřadit jednotlivým z m volebních stran. … Určete počet rozkladů čísla k v k sčítanců a počet způsobů, kterým lze k sčítanců přiřadit jednotlivým z m volebních stran [5].

Samozřejmě, exaktnost tohoto řešení je dána pouze pro dané kritérium. Pro „jiné kritérium“, bude existovat „jiné exaktní“ řešení.

Námět: Pokuste se změnit uvedené kritérium tak aby se rozdělení mandátů mezi voliče počítalo daleko jednodušeji.
Návod k řešení: Nechte se inspirovat důkazem a Huffmanovou metodou k sestrojení „nejkratšího kódu“ z teorie informace [6,9].

Poznámka: Vyhodnocovací systémy pro poměrné systémy bývají doplňovány některými omezujícími pravidly.
Např.

- Volební kvorum globální = uvažují se jen hlasy pro strany, které v celé volební oblasti (ve všech volebních okrscích), které dosáhly alespoň minimálního (předepsaného) podílu hlasů.
- Volební kvorum lokální = pro rozdělování mandátů v daném volebním okrsku se uvažují jen hlasy pro strany, které v daném volebním okrsku, dosáhly alespoň minimálního (předepsaného) podílu hlasů.
- …..

Většinové systémy

Jsou založeny na tom, že danému volebnímu okrsku je předem určen počet mandátů (nejčastěji jeden) hlasy se dávají stranám (nebo přímo kandidátům). Strana, která dostane nejvíce hlasů v daném okrsku, získává všechny okrsku přiřazené mandáty. V anglosaském prostředí se pak volí kandidát (avšak se zveřejněnou stranickou příslušností, nebo i bez ní) nebo kandidáti na jedné kandidátní listině.

Čisté většinové systémy pak (a proto) nemají problémů s „převodem hlasů na mandáty". **Poli-tiko-logické** studie uvádějí, že při takové konstrukci vznikají „rozdrobené zastupitelské sbory". Leč realita potvrzuje pravý opak.

Mnohdy bývají konstruovány jako více-kolové.
Např.

- Aby byl vítěz zvolen v prvním kole, musí být zvolen alespoň 50% hlasy zúčastněných. Pokud takový není, do druhého kola postupuje n-stran (kandidátů) s největším počtem hlasů. V druhém kole již je vítězem ta strana, která získala nejvíce hlasů z druhého kola.

- Aby byl vítěz zvolen v prvním kole, musí být zvolen alespoň 50% hlasy zúčastněných. Pokud takový není, do druhého kola postupuje n-stran (kandidátů) s největším počtem hlasů. V druhém kole již je vítězem ta strana, která získala nejvíce hlasů z prvního a druhého kola v součtu.

- …. .

Většinové systémy bývají modifikovány censem k prohlášení kandidátem nebo k zapsání na stranickou kandidátní listinu.

- Kandidát např. musí získat pro své účinkování podpis alespoň 5000 voličů nebo vybraných voličů (např. platících alespoň 300 zlatých ročně na přímých daních nebo např. x postů senátorů a poslanců).

- Kandidát např. musí sloužit volební kauci ve výši x xxx zlatých, která se podle výsledku voleb buď vrací (např. byl-li zvolen) nebo nevrací (nebyl-li zvolen nebo odstoupil). Nebo i naopak.

- ….. .

Poznámka: Neexistují zcela čisté poměrné nebo většinové systémy (snad jen v anglosaském prostředí jsou volby se silně dominujícími většinovými znaky).

České volby do Poslanecké sněmovny parlamentu České republiky

V současné době jsou determinovány zákonem 247/1995 Sb. ze dne 27. září 1995 o volbách do Parlamentu České republiky ve znění novel, zatím do 320/2009 Sb.
Názorně (ne zcela úplně přesně) lze vyhodnocení voleb popsat následovně:

1. Volí se ve 14-ti okrscích (***volebních krajích***) stanovených v příloze uvedeného zákona. Počet kandidátů na kandidátních listinách jednotlivých stran je shora omezen pro jednotlivé volební okrsky (volební kraje). Poznámka zákon používá *nestandardní* terminologie: volební kraj je oblast, ve které se volí „většinovým“ systémem a které jsou později přiřazeny počty rozdělovaných mandátů, zatímco volební okrsek (obvod, …) je v podstatě strukturované volební místo.

2. Počty mandátů (§ 48) pro jednotlivé okrsky (volební kraje) se stanovují tak, že počet hlasů ve volbách (v celé republice a před „kvórovacím“ krácením) se vydělí 200 (stávající volený počet poslanců do poslanecké sněmovny) a zaokrouhlí na jednotky. Pro každý volební kraj se určí celočíselný podíl po dělení tímto (mandátovým) číslem (to je v prvním skrutiniu kraji přidělený počet mandátů) a zbytek po dělení. Zbývající mandáty se přidělí jednotlivým krajům podle zbytků seřazených sestupně (v druhém skrutiniu rozdělované počty mandátů).
V posledních volbách v roce 2006 toto „mandátové“ číslo činilo 26 745 hlasů (celkem platných hlasů bylo 5 348 976 (5 348 976/200=26 744.88).

3. Dále se zjistí, které strany na celorepublikové úrovni nezískaly požadované kvorum (§ 49, 5% hlasů pro jednu stranu, 10% pro koalici dvou stran, dále 5% za každou další stranu v koalici, od 4-členné koalice se kvorum nezvyšuje). V dalším se, se stranami, které kvora nedosáhly a s hlasy které získaly, nepracuje.

4. Dále se „nevyloučeným“ stranám ve volebních krajích přidělují mandáty d’Hondtovým systémem s děliteli 1,2,3, … až do počtu kandidátů uvedených v daném volebním kraji na kandidátce (§ 50) volební strany. Mandáty se přidělují kandidátům podle pořadí, uvedeném na kandidátní listině volební strany (s korekcí preferenčními hlasy dle § 50, odst. 5) a 6) ≡ nad 5% včetně preferenčních hlasů – 100%=hlasy pro volební stranu na začátek v pořadí podle počtu preferenčních hlasů, při rovnosti nadprahových preferencí rozhoduje pořadí uvedené na kandidátce).

Poznámka: Jedná se tedy o nejméně tři diskrétní struktury zřetězené do sebe (počty mandátů ve volebních krajích, přiřazování mandátů volebním stranám uvnitř volebního kraje, sčítání mandátů z volebních krajů do celorepublikového zastupitelského sboru + maximální možný počet kandidátů na kandidátce ve volebním kraji).

	Volební kraj název	Maximální počet kandidátů na kandidátní stranické listině	Stanovený počet mandátů ve volbách roku 2006	Maximální počet kandidátů na kandidátní stranické listině v %	Stanovený počet mandátů ve volbách roku 2006 v %
1	Hlavní město Praha	36	25	10,50%	12,50%
2	Středočeský	34	23	9,91%	11,50%
3	Jihočeský	22	13	6,41%	6,50%
4	Plzeňský	20	11	5,83%	5,50%
5	Karlovarský	14	5	4,08%	2,50%
6	Ústecký	26	14	7,58%	7,00%
7	Liberecký	17	8	4,96%	4,00%
8	Královéhradecký	20	11	5,83%	5,50%
9	Pardubický	19	10	5,54%	5,00%
10	Vysočina	20	10	5,83%	5,00%
11	Jihomoravský	34	23	9,91%	11,50%
12	Olomoucký	23	12	6,71%	6,00%
13	Zlínský	22	12	6,41%	6,00%
14	Moravskoslezský	36	23	10,50%	11,50%
	Celkem	343	200	100%	100%

České volby do Senátu parlamentu České republiky

V současné době jsou determinovány zákonem 247/1995 Sb. ze dne 27. září 1995 o volbách do Parlamentu České republiky ve znění novel, zatím do 320/2009 Sb. a to pro volební postupy do senátu od § 56.

Volí se dle zásad většinových v 81 volebních jedno-mandátových obvodech (kandidáty mohou navrhovat volební strany a mohou být i nezávislí kandidáti).

Pokud v prvním kole existuje kandidát, který získal nadpoloviční většinu hlasů ze všech platných hlasů ve volebním obvodu, je zvolen.

Pokud takový kandidát neexistuje, proběhne druhé kolo (po 6-ti (13-ti) dnech) do tohoto kola postupují dva „platní“ kandidáti s největším počtem hlasů z prvního kola (pojem platný kandidát = kandidát z prvního kola, který je kandidátem i v okamžiku druhého kola, viz zákon). Pokud je takových kandidátů více než dva rozhoduje los, losuje ČSÚ.

V druhém kole je zvolen kandidát který získal více platných hlasů. Pokud získají stejně, rozhoduje los, losuje ČSÚ.

Statistický náznak konvergence k soustavám dvou stran

Přese všechny snahy „volebních inženýrů“ a různých „vysvětlovačů“ se ***ZDÁ***, že v („demokratických“) volbách do zastupitelských sborů velkých celků (států, …) ve výsledcích voleb dominují dvě velké strany. A to nezávisle na typu volebního systému (zda poměrného či většinového).

Takovou konvergenci lze měřit pomocí různých měr. Jednou z možných je entropie celostátního volebního výsledku a entropie rozdělených mandátů (pro původní určení a definici pojmu entropie viz [9]).

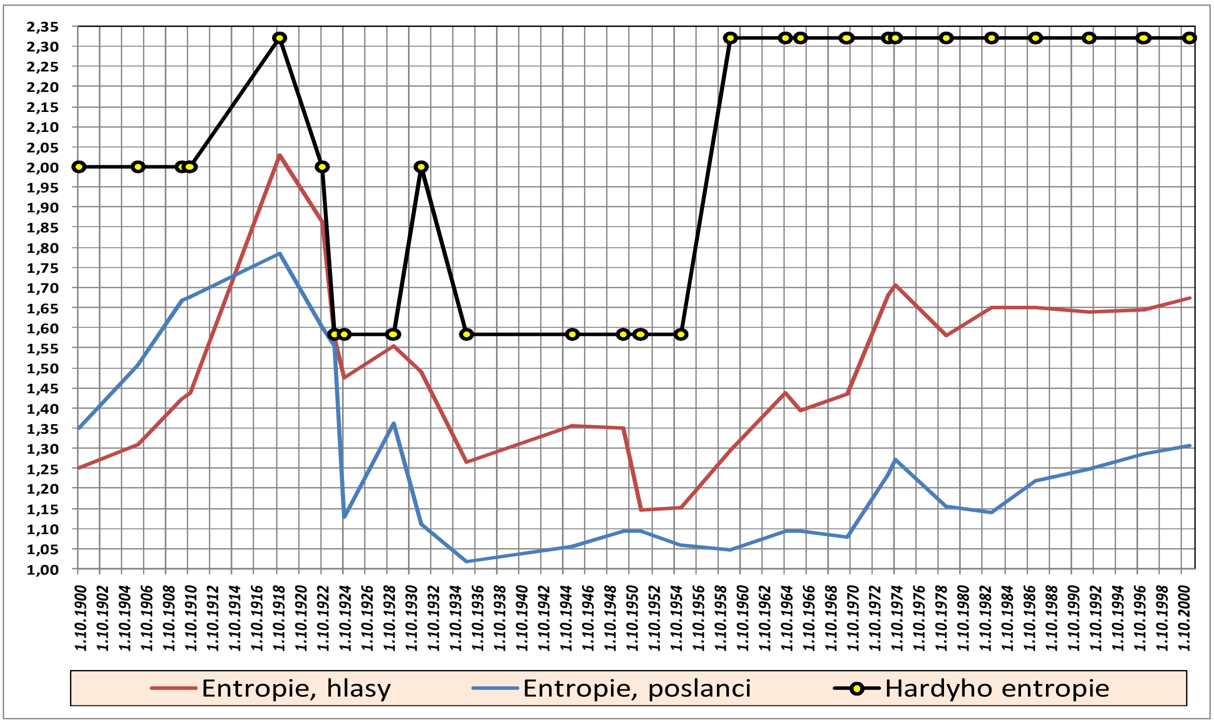
$$H(\text{volebního výsledku}) = -\sum_{i=1}^{m} \frac{n_i}{n} \log_2\left(\frac{n_i}{n}\right) \quad \text{a}$$

$$H(\text{distribuce mandátů}) = -\sum_{i=1}^{m} \frac{k_i}{k} \log_2\left(\frac{k_i}{k}\right), \quad 0\log_2(0) \overset{def}{=} 0 .$$

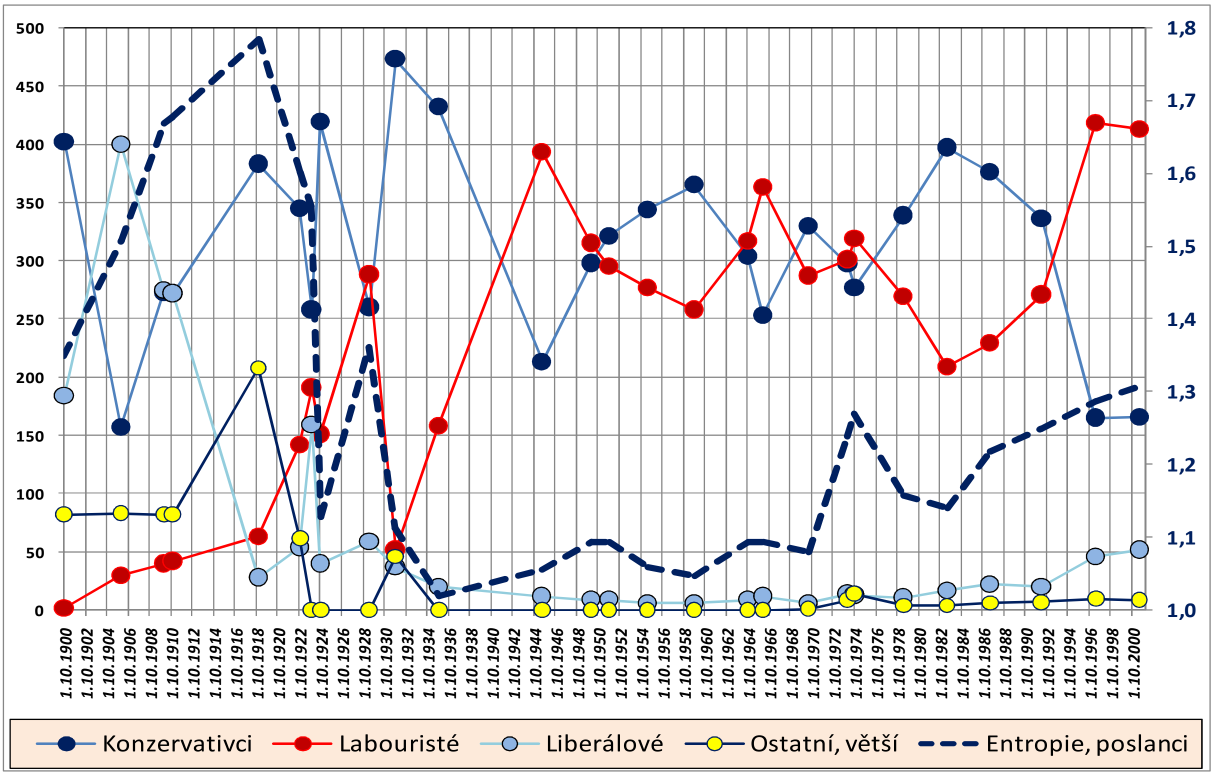
Ty jsou jistou mírou neurčitosti volebního výsledku, neboť při pevném počtu volebních stran nabývají svého maxima (rovného $\log_2(m)$ - této horní mezi se někdy říká Hardyho entropie) při rovnoměrném rozdělení hlasů (mandátů). Při „konvergenci k dvou-partajní soustavě“ pak platí $H(*) \downarrow 1$.

Volby do Dolní sněmovny, Velká Británie

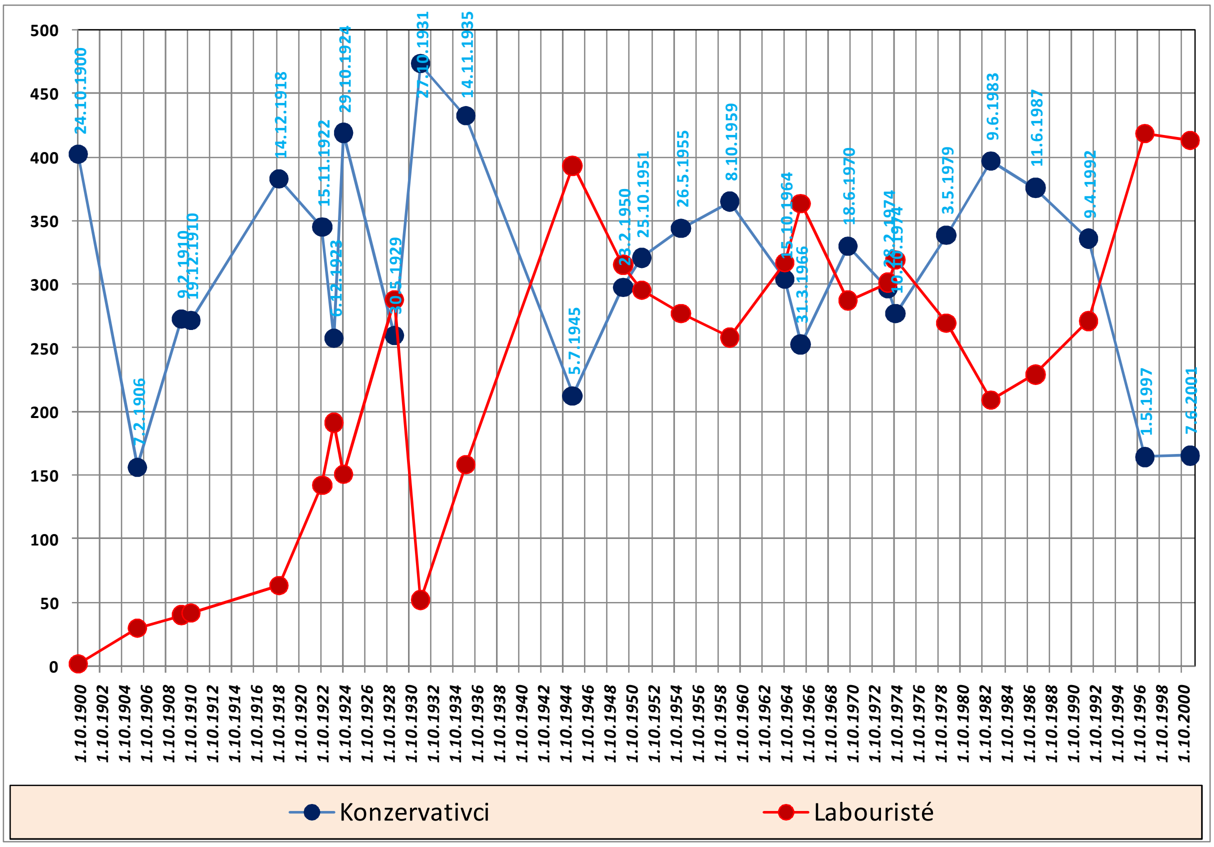
Jednomandátové většinové volební obvody.



Jednotlivé entropie ($2^{1.7} = 3.24$, $2^{1.585}=3$).

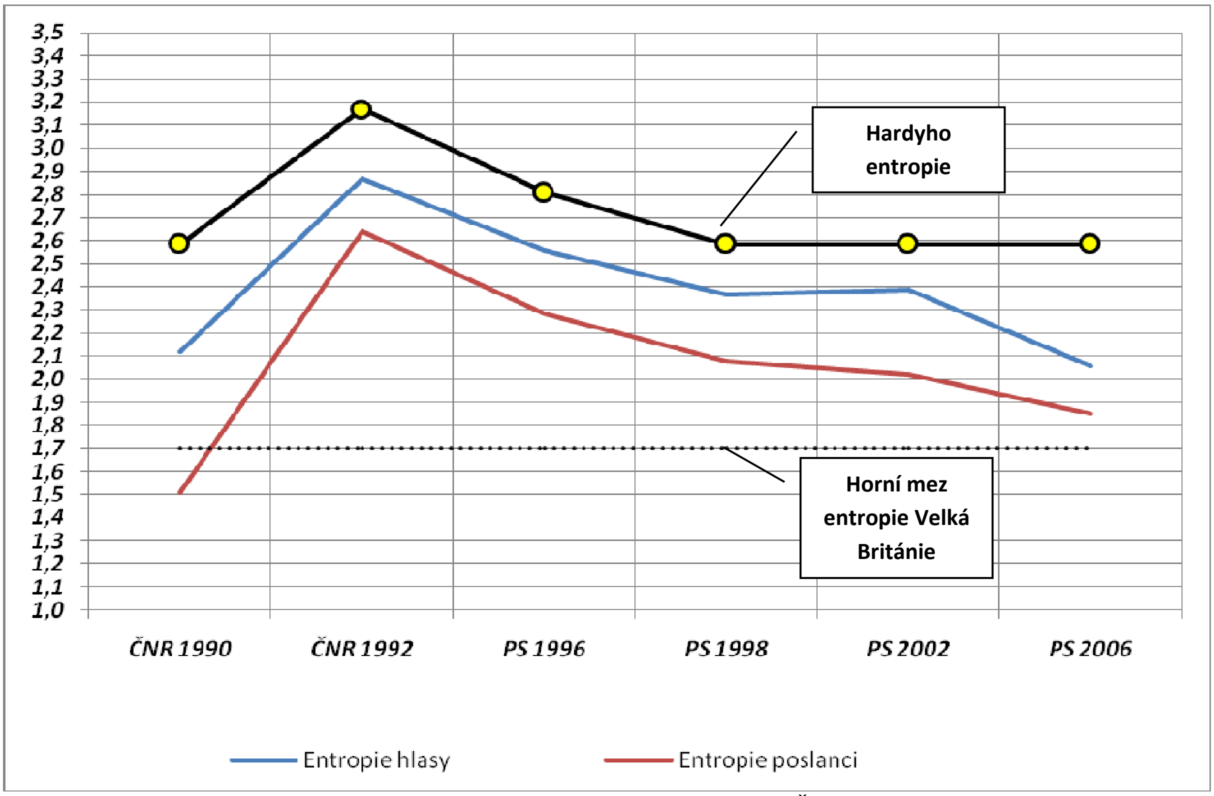


Přidělené mandáty.

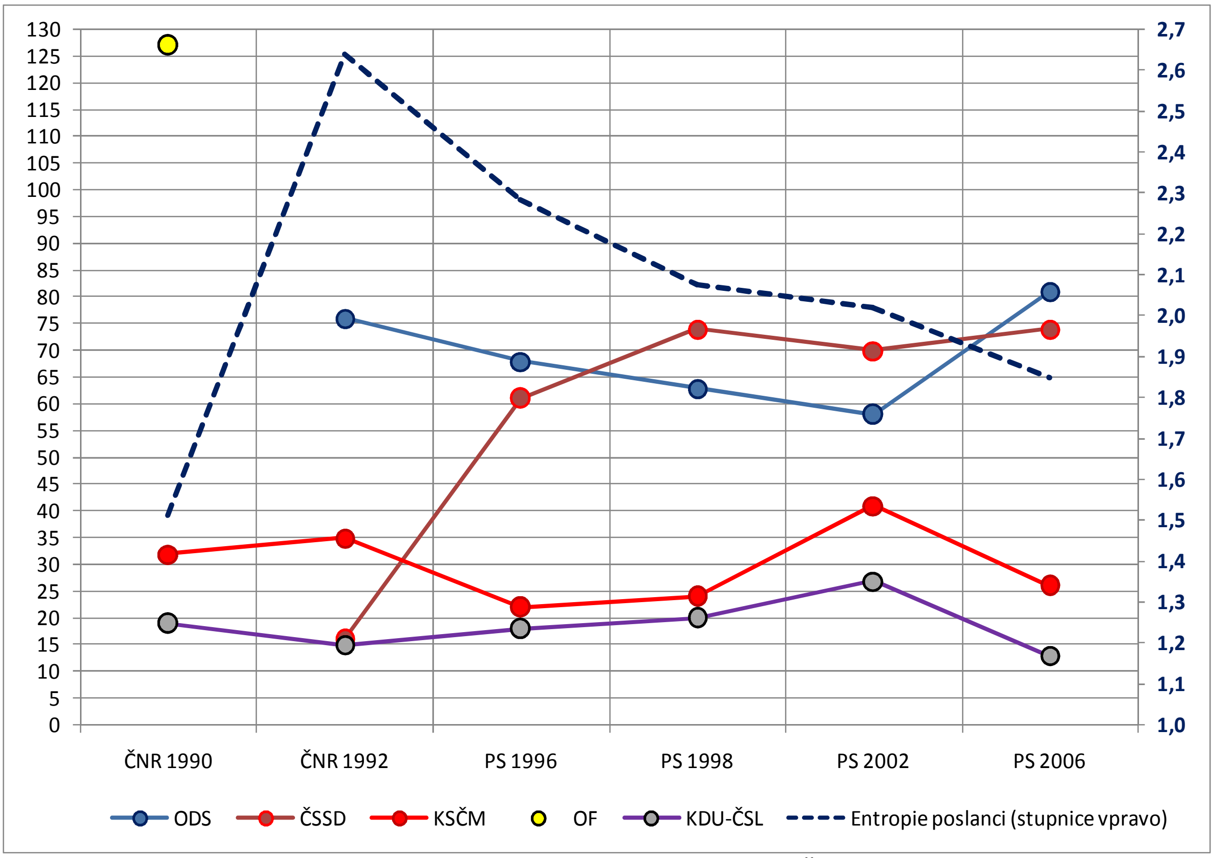


Přidělené mandáty, dominující strany.

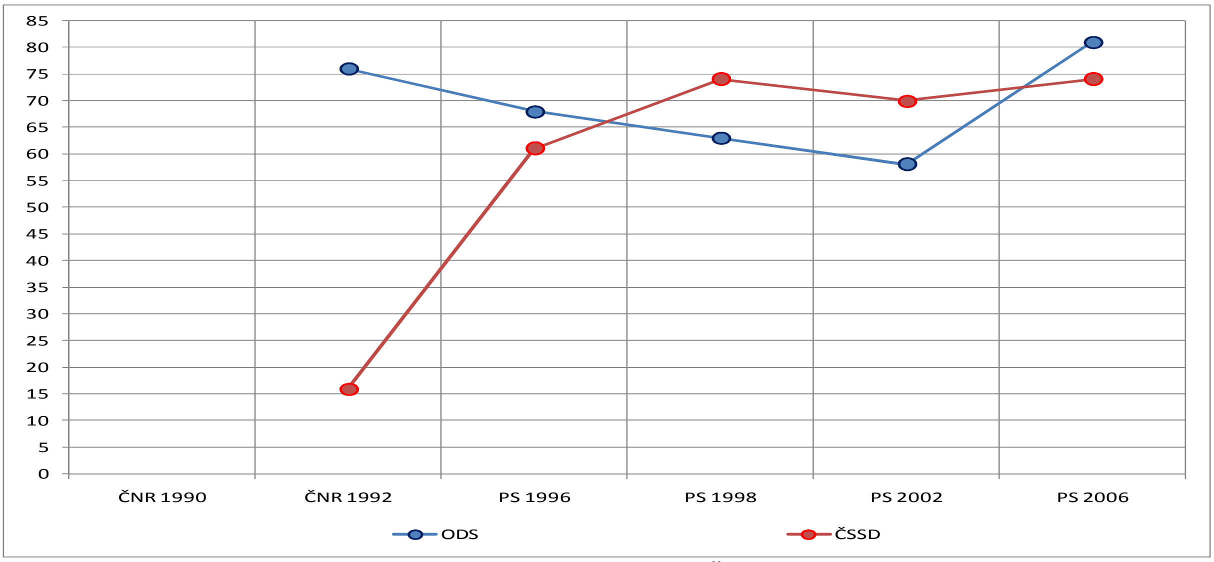
Volby v České republice



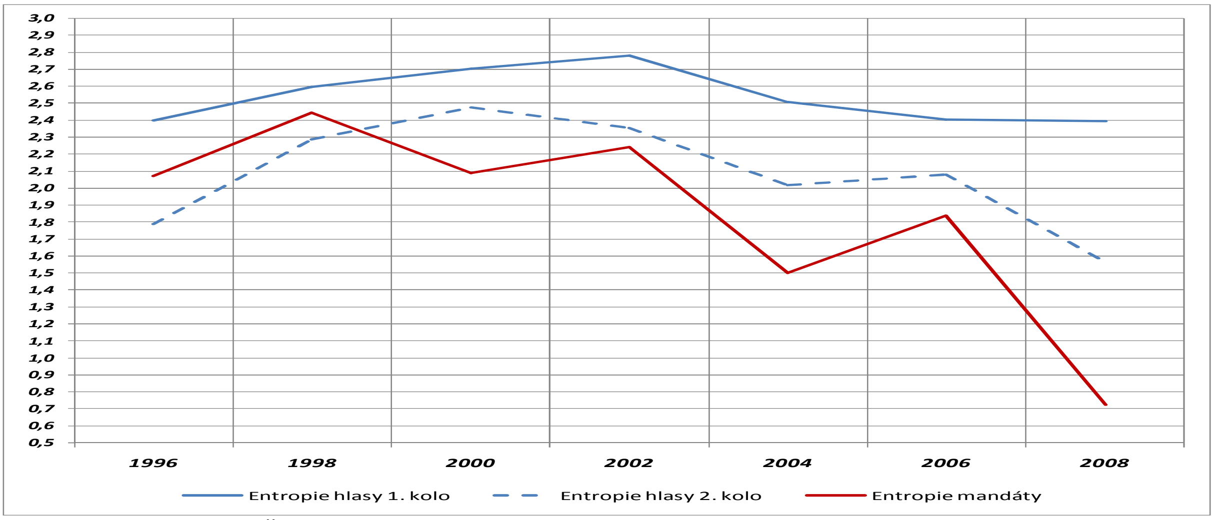
Entropie, volby do Poslanecké sněmovny ČR



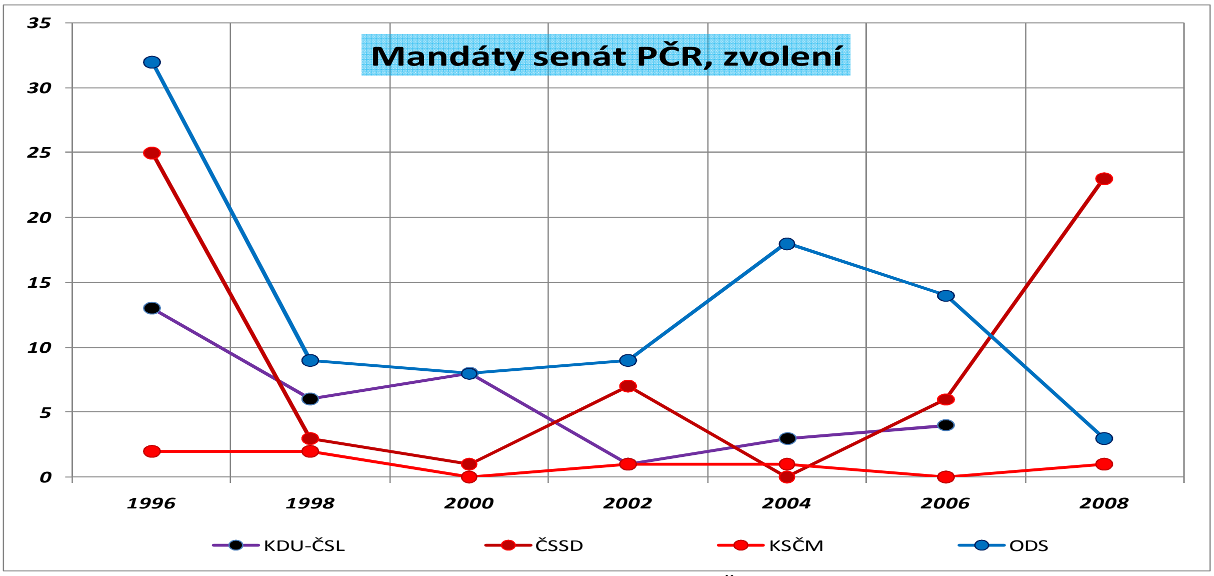
Přidělené mandáty, Poslanecká sněmovna ČR



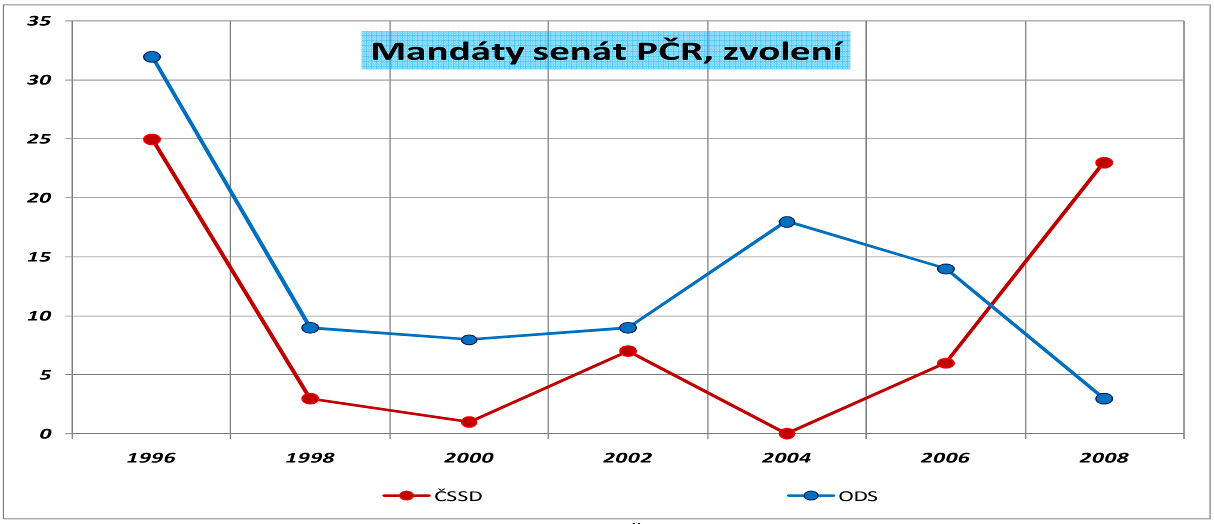
Přidělené mandáty, Poslanecká sněmovna ČR, dominující strany.



Entropie, volby do Senátu ČR, **poznámka:** senát není volen jako celek, každé dva roky je dovolována jedna třetina senátorů. Zde demonstrovány výsledky voleb, nikoliv složení senátu.



Přidělené mandáty, Senát ČR



Přidělené mandáty, Senát ČR, dominující strany.

Zdrojová a doporučená literatura

[1]	Hervé Moulin	**Axioms of cooperative decision making.** Cambridge University Press 1991
[2]	John Geanakoplos	Three Brief Proofs Of Arrow's Impossibility Theorem. Cowles Foundation Discussion Paper No. 1123RRRR.August 2004.
[3]	Paul E. Johnson	**Voting Systems.** University of Kansas, Department of Mathematics. May 27, 2005.
[4]		**www.volby.cz**
[5]	N.J. Vilekin	Kombinatorika. SNTL Praha 1977.
[6]	Adámek	Kódování. SNTL, Praha 1989. Edice: Matematika pro vysoké školy technické.
[7]	Zákon 247/1995 Sb. ze dne 27. září 1995 o volbách do Parlamentu České republiky ve znění novel, zatím do 320/2009 Sb.	
[8]	Ramsden John (ed.)	Oxfordský průvodce britskou politikou 20. století. PROSTOR 2006
[9]	Cover, Thomas	Elements of Information Theory. Wiley, New York 1991.
[10]	http://en.wikipedia.org/wiki/Hagenbach-Bischoff_quota , http://en.wikipedia.org/wiki/Victor_D'Hondt , http://en.wikipedia.org/wiki/Kenneth_Arrow , http://en.wikipedia.org/wiki/Social_Choice_and_Individual_Values	