

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra informatiky a výpočetní techniky

Diplomová práce

**Popisy hranice objektů a jejich
využití pro klasifikaci**

Plzeň, 2008

Hana Markuzziová

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 19. května 2008

Abstrakt

Práce se zabývá popisy hranice objektů s využitím koeficientů Fourierovy řady. Zkoumá vlastnosti koeficientů při posunutí, změně měřítka a otočení objektu. Z koeficientů jsou určeny invariantní popisy hranice objektu tzv. Fourierovské deskriptory, které jsou testovány jako příznaky objektu pro klasifikaci. Deskriptory jsou dále využity pro aproximaci hranice kožních defektů, je zkoumán vliv eroze defektu na Fourierovské deskriptory a navržena metodika hodnocení kožního defektu.

Klíčová slova: Fourierovy řady, invariantní popis, Fourierovské deskriptory, hranice objektu, kožní defekt, příznakové rozpoznávání

Abstract

The thesis deals with object boundary description using Fourier series coefficients. It studies properties of these coefficients while object is translated, scaled or rotated. From coefficients is obtained invariant boundary description, so called Fourier descriptors, which are tested as features for classification. Descriptors are then applied to approximation of dermal defect boundary, the influence of defect erosion on Fourier descriptors is examined and a method for defect area evaluation is suggested.

Keywords: Fourier series, invariant description, Fourier descriptors, object boundary, dermal defect, statistical classification

Obsah

1	Úvod	1
2	Hranice oblasti	2
2.1	Způsoby popisu hranice	2
2.1.1	Sekvence bodů hranice	3
2.1.2	Souřadnicové křivky	4
2.1.3	Řetězový kód	5
2.2	Detekce hranice	6
3	Fourierovy řady	9
3.1	Matematický aparát	9
3.2	Rozvoj hranice objektu do Fourierovy řady	11
3.3	Transformace objektů	13
3.3.1	Posunutí	13
3.3.2	Změna měřítka	15
3.3.3	Otočení	19
3.3.4	Změna počátečního bodu	22
3.4	Rekonstrukce křivky	25
3.5	Fourierovské deskriptory	27
4	Využití FD pro klasifikaci	33
4.1	Metody hodnocení kvality klasifikátoru	34
4.2	Klasifikátor podle minimální vzdálenosti	34
4.3	Lineární diskriminační funkce	35
4.4	Nelineární diskriminační funkce	39
4.4.1	Polynomiální funkce	40
4.4.2	Radial Basis Function	40
4.5	Zhodnocení výsledků klasifikace	45
5	Aplikace na analýzu kožních defektů	46
5.1	Simulace hojení	48

5.2	Vliv eroze na FD	51
5.3	Metodika hodnocení plochy defektu	52
6	Zhodnocení výsledků	54
7	Závěr	56
	Literatura	57
A	Uživatelská dokumentace	58
B	Fourierovské koeficienty	61
C	Srovnání invariantů D_i a D_i^*	98
D	Obsah přiloženého CD	128

Kapitola 1

Úvod

V dnešní době je snaha automatizovat různé lidské činnosti, mezi něž patří i rozpoznávání obrazu. Jsou vyvíjeny metody pro získání informací ze snímků a jejich hodnocení, aby bylo potřeba co nejméně lidských zásahů. Takové systémy mají za úkol hlavně zrychlit a zefektivnit práci. Zpracování snímků nachází využití v různých oborech, jedním z nich je i lékařství. Vhodný popis snímku může být využitelný například pro hodnocení hojení kožních defektů.

Diplomová práce se zabývá popisy hranice objektů s využitím Fourierových koeficientů získaných z hraniční čáry objektu a zkoumá jejich vlastnosti. Koeficienty Fourierovy řady je možné upravit tak, že jsou nezávislé na translaci, otočení a změně měřítka objektu, stejně tak na volbě počátečního bodu hranice. Je testována jejich použitelnost pro klasifikaci objektů. Nakonec je navržena metodika, kterou by se daly využít pro hodnocení kožních defektů.

Práce má tyto části:

- vyjádření hranice jako souřadnicových křivek a jejich rozvoj do Fourierovy řady s obecnou periodou;
- zkoumání vlastností koeficientů Fourierovy řady při změnách měřítka, otočení a translaci objektu;
- použití získaných koeficientů jako příznaků pro klasifikaci a otestování na různých typech klasifikátorů;
- možné využití Fourierovských deskriptorů pro hodnocení kožních defektů.

Kapitola 2

Hranice oblasti

Popis objektů může být založen buď na popisu hranice objektu nebo na popisu oblasti. Ke stanovení hranice objektu je nutné definovat vztah mezi body hranice. Používanými způsoby je hledání sousedních bodů v přímém okolí (čtyřokolí), osmiokolí nebo nepřímém okolí.

Přímé okolí $(4 - \delta)$ bodu $D(i, j)$ je definováno jako množina bodů

$$(4 - \delta)(i, j) = \{(i, j + 1), (i, j - 1), (i + 1, j), (i - 1, j)\}. \quad (2.1)$$

Vztah bodů označovaný jako osmiokolí $(8 - \delta)$ znamená body

$$(8 - \delta)(i, j) = \{(i, j + 1), (i, j - 1), (i + 1, j), (i - 1, j), \\ (i + 1, j + 1), (i + 1, j - 1), (i - 1, j + 1), (i - 1, j - 1)\}. \quad (2.2)$$

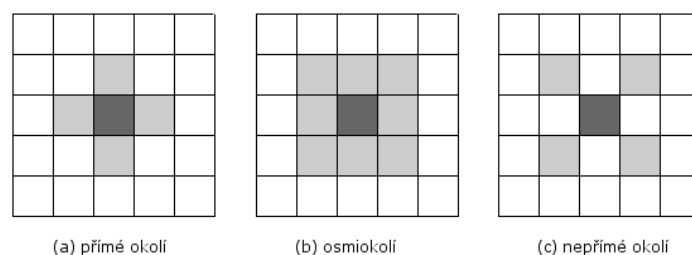
Jako nepřímé okolí jsou označovány body

$$In(i, j) = \{(i + 1, j + 1), (i + 1, j - 1), (i - 1, j + 1), (i - 1, j - 1)\}. \quad (2.3)$$

Všetchna jmenovaná okolí jsou na obrázku 2.1, kde tmavě šedý pixel znázorňuje aktuální pixel $D(i, j)$ a světle šedé pixely hledané okolí.

2.1 Způsoby popisu hranice

Hranici oblasti rozlišujeme vnitřní a vnější. Vnitřní hranice je definována jako množina obrazových bodů oblasti takových, že existuje bod, který patří do okolí oblasti a nepatří do oblasti. Vnější hranice je pak množina obrazových bodů obrázku, které nepatří do oblasti obrázku, ale jsou sousedy bodů vnitřní hranice oblasti. Vnitřní hranice je tedy vždy součástí oblasti kdežto vnější nikoliv.



Obrázek 2.1: Typy okolí bodu.

Hranici objektu můžeme vyjadřovat různými způsoby:

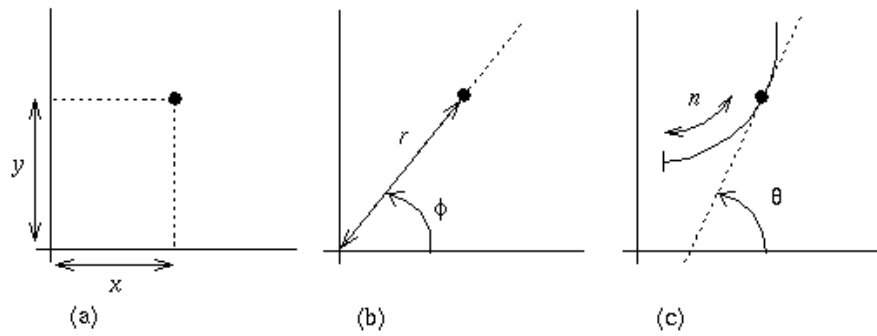
1. prostorově
 - (a) sekvence bodů hranice;
 - (b) parametricky (souřadnicové křivky, řetězové kódy);
 - (c) aproximace křivky (spline);
2. transformovaně
 - (a) lineárně (Fourierova transformace, Karhunen-Loève, wavelety);
 - (b) nelineárně (Hough).

2.1.1 Sekvence bodů hranice

Vyjádření bodu hranice kartézskými souřadnicemi znamená, že je bod určen jako vzdálenosti od počátku souřadné soustavy na osách x a y (viz obrázek 2.2a).

Dalším způsobem je vyjádření bodu v polárních souřadnicích, tedy jako vzdálenost bodu od počátku souřadné soustavy a úhel ϕ (viz obrázek 2.2b). Pro popis polárními souřadnicemi je nutno znát těžiště objektu, které se dá zjistit například využitím momentů. Každý bod hranice se pak vyjádří jako vzdálenost od těžiště pomocí úhlu ϕ a amplitudy r . Tento popis je možné aplikovat pouze na konvexní křivky, u nichž pro každý úhel existuje jen jeden bod.

Bod hranice je možno také uvádět jako úhel tečny k bodu (viz obrázek 2.2c).



Obrázek 2.2: Popis souřadnic bodu [7]:

- a) kartézské souřadnice;
- b) polární souřadnice;
- c) tečné souřadnice.

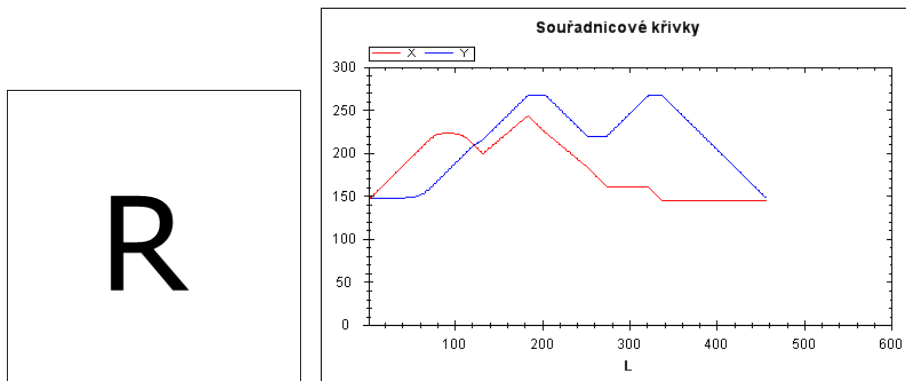
2.1.2 Souřadnicové křivky

Pokud je k-tý pixel hranice vyjádřený v kartézských souřadnicích jako $B_k = (x_k, y_k)$, pak lze hranici zapsat jako dvě parametrické křivky

$$x(k) = x_k; \tag{2.4}$$

$$y(k) = y_k. \tag{2.5}$$

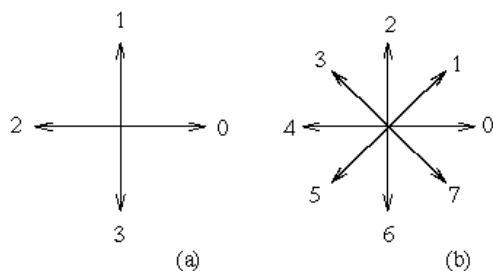
Tyto křivky označujeme jako souřadnicové křivky. Příklad takových křivek pro písmeno R je na obrázku 2.3.



Obrázek 2.3: Písmeno R a jeho souřadnicové křivky.

2.1.3 Řetězový kód

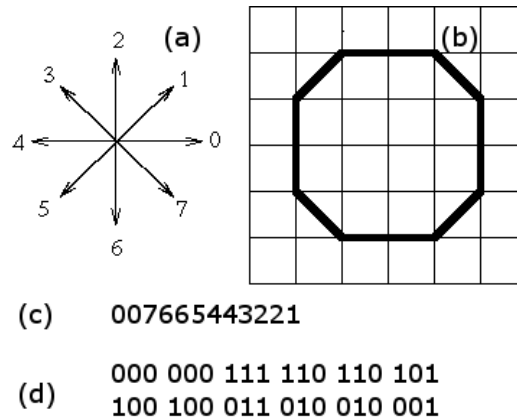
Řetězový kód ukládá místo pozic bodů hranice jen kódy směrů. Nejprve zvolíme počáteční bod hranice a pak ukládáme směr ostatních bodů. Při prohledávání obrázku po řádcích bude jako první bod hranice zvolen horní levý bod. Od tohoto bodu sledujeme hranici ve směru hodinových ručiček a ukládáme kódy značící směr, ve kterém se nachází další hraniční bod od aktuálního hraničního bodu.



Obrázek 2.4: Kódování směrů pro čtyřkolí a osmiokolí.

Kódování záleží na tom, zda procházíme hranici určenou ve smyslu čtyřkolí nebo osmiokolí (viz obrázek 2.4). Podle toho pak potřebujeme k uložení dva nebo tři bity. Uložení hranice jako řetězový kód je efektivnější než reprezentace bodů jako sekvence souřadnic. Reprezentace je navíc nezávislá na posunu objektu, lze ji tedy využít ke srovnání objektů. Je ovšem závislá na měřítku a rotaci. Příklad kódování hranice objektu řetězovým kódem je na obrázku 2.5.

Popis řetězovým kódem můžeme využít k získání jiných popisů objektů například plochy či obvodu. Z řetězového kódu lze jednoduše zrekonstruovat původní objekt nakreslením hranice a jejím vyplněním. Pro porovnávání dvou objektů popsaných řetězovým kódem musíme provést jeho normalizaci a to tak, že najdeme v kódu nejmenší hodnotu a tou porovnávání začínáme. Stejně jako u souřadnicových křivek můžeme sekvenci směrů převést na parametrickou rovnici. Dostaneme křivku, jejíž perioda je délka počtu bodů hranice.



Obrázek 2.5: Kódování hranice objektu řetězovým kódem:

- a) směrová růžice podle níž určujeme kód směru;
- b) hranice objektu, kterou kódujeme;
- c) řetězový kód získaný průchodem hranice;
- d) řetězový kód uložený na třech bitech.

2.2 Detekce hranice

Volba postupu pro detekci hranice záleží na typu snímku. Pro šedotónové snímky se provádí různé kroky předzpracování snímku a často se detekují hrany, ze kterých je poté hranice získávána, pro binární snímky je situace podstatně jednodušší. Nejpoužívanějšími algoritmy detekce hranice objektu jsou hledání hranice jako prohledávání grafu, použití dynamického programování, morfologických operací nebo prohledávání obrysu.

Při prohledávání grafu představují body detekovaných hran v obrázku uzly grafu. Hrany mezi těmito uzly mají váhy, váhou může být vzdálenost uzlů, změna směru či síla hrany. Hledaná hranice je pak interpretována například jako cesta s minimálním ohodnocením.

Jiným přístupem podobným prohledávání grafu je, pokud je metoda pro detekci hranice brána jako problém dynamického programování. Definujeme pak váhovou funkci, která vyjadřuje nejlepší hranici.

Morfologické operace eroze a dilatace jsou založeny na teorii bodových množin. V obrázku je každý bod buď bodem objektu A nebo bodem pozadí A^c . Dále definujeme bodovou množinu B nazývanou strukturní element, která slouží jako filtr. Každý strukturní element má určený svůj počátek,

který může ležet i mimo bodovou množinu elementu. Příklady strukturních elementů využitelných pro detekci hranice jsou na obrázku 2.6, šedivě jsou vyznačeny počátky strukturních elementů.

0	1	0
1	1	1
0	1	0

a)

1	1	1
1	1	1
1	1	1

b)

Obrázek 2.6: Strukturní elementy využitelné pro detekci hranice objektu.

Strukturní element musí být symetrický. Zda bude hranice souvislá ve smyslu čtyřokolí nebo osmiokolí závisí na volbě strukturního elementu, pokud je strukturní element typu čtyřokolí (viz obrázek 2.6a), pak je nalezená hranice souvislá ve smyslu osmiokolí a naopak pro strukturní element typu osmiokolí jako na obrázku 2.6b, je detekovaná hranice souvislá ve smyslu čtyřokolí.

Dilataci lze vyjádřit jako Minkovského součet

$$D(A, B) = A \oplus B = \bigcup_{\beta \in B} (A + \beta) \quad (2.6)$$

Strukturním elementem procházíme snímek a pokud počáteční prvek strukturního elementu koresponduje s prvkem bodové množiny A, provedeme sjednocení bodů strukturního elementu a bodů množiny A.

Erozi vyjádříme jako Minkovského rozdíl

$$E(A, B) = A \ominus B = \bigcap_{\beta \in B} (A - \beta) \quad (2.7)$$

Opět procházíme strukturním elementem obrázek a pokud jsou pod všemi prvky strukturního elementu body z množiny A, do výsledného obrázku dáme na pozici počátečního bodu strukturního elementu rozdíl hodnot bodů.

Dilatace způsobuje zvětšování objektu, eroze naopak zmenšení objektu. Míra změny velikosti závisí na volbě strukturního elementu. Pokud A je objekt a A^C je pozadí, pak eroze objektu je ekvivalentní dilataci pozadí a obráceně

dilatace objektu je ekvivalentní erozi pozadí. Morfologickými operacemi lze nalézt vnitřní hranici oblasti využitím principu množinového rozdílu.

Při postupném prohledávání objektu začneme bodem, o kterém víme, že leží na hranici a hranici rozšiřujeme přidáváním dalších bodů. Jedná se o iterativní proces. Algoritmus funguje pro všechny oblasti větší než jeden pixel. Umožňuje nalézt hranici oblasti, nikoli však hranici děr.

Algoritmus postupného prohledávání má tyto kroky:

1. Prohledávej obrázek z levého horního rohu, dokud není nalezen pixel P_0 , který je počátečním bodem hranice. Definuj proměnnou dir , ve které bude uložen směr předchozího kroku po hranici z dříve nalezeného bodu hranice do aktuálně nalezeného bodu hranice. Polož $dir = 7$.
2. Prohledávej 3×3 okolí aktuálního pixelu v protisměru hodinových ručiček. Prohledávání začni na pozici
 - $(dir + 7) \bmod 8$, pokud je dir liché
 - $(dir + 6) \bmod 8$, pokud je dir sudé

První nalezený pixel je další bod hranice P_n . Aktualizuj proměnnou dir .

3. Pokud aktuální P_n je roven P_1 a bod P_{n-1} je roven P_0 , ukonči algoritmus. Jinak opakuj (2).
4. Detekovaná vnitřní hranice je určena body $P_0..P_{n-2}$

Protože hranice bude detekována na binárních obrázcích, byla pro její určení zvolena posledně zmiňovaná metoda a dále je tedy operováno s vnitřní hranicí objektu ve smyslu osmiokolí (dále jen "hranice").

Kapitola 3

Fourierovy řady

Metoda Fourierovy analýzy vychází z myšlenky, že každou funkci lze nahradit lineární kombinací jiných jednodušších funkcí. Periodické signály lze vyjádřit Fourierovou řadou, která signály nahrazuje funkcemi \sin a \cos . Pro neperiodické signály se používá Fourierova transformace. Protože hranice objektu je vyjádřena jako posloupnost diskrétních hodnot a lze na ni nahlížet jako na periodický signál, budeme se dále zabývat pouze Fourierovou řadou.

3.1 Matematický aparát

Funkci lze rozvinout do Fourierovy řady pro $t \in (-\pi, \pi)$ jako (viz literatura [1])

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos(it) + b_i \sin(it)), \quad (3.1)$$

$$a_i = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(it), \quad (3.2)$$

$$b_i = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin(it). \quad (3.3)$$

Koeficienty a_i a b_i se nazývají Fourierovské koeficienty.

Pokud má funkce tzv. obecnou periodu, je nutné provést přepočítání na periodu délky 2π . Zavedeme substituci na interval délky $2L$ tedy $(-L, L)$. Protože má hranice objektu délku L bodů, přepočítání je nutné provést na interval délky

L tedy $(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$, přesněji řečeno na $(1, L)$. Provedeme-li substituci $t = \frac{2\pi k}{L}$, Fourierova řada přejde pro konečný počet diskrétních bodů do tvaru

$$x(k) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n \left(a_i \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) + b_i \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \right) \quad (3.4)$$

a koeficienty budou

$$a_i = \frac{2}{L} \sum_{k=1}^L \left(x(k) \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \right), \quad (3.5)$$

$$b_i = \frac{2}{L} \sum_{k=1}^L \left(x(k) \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \right). \quad (3.6)$$

Ve Fourierových koeficientech a_i jsou amplitudy cosinových vln a v b_i jsou amplitudy sinových vln. V koeficientu a_0 je stejnosměrná složka, tedy vlastně amplituda cosinové vlny s nulovou frekvencí tj. konstanta. Tato konstanta udává průměrnou hodnotu signálu. Koeficient b_0 není uváděn, protože sinová vlna nulové frekvence je konstanta s hodnotou nula. Členy Fourierovy řady nazýváme harmonické.

Z Fourierova teorému konvergence plyne, že pro periodickou funkci je Fourierova řada konvergentní, tedy přidáváním dalších funkcí budeme dostávat lepší aproximaci původní funkce. Teorém předpokládá, že je funkce spojitá, v bodech nespojitosti dochází k divergenci řady.

Jiným způsobem vyjádření Fourierovy řady je s využitím amplitudy a fáze

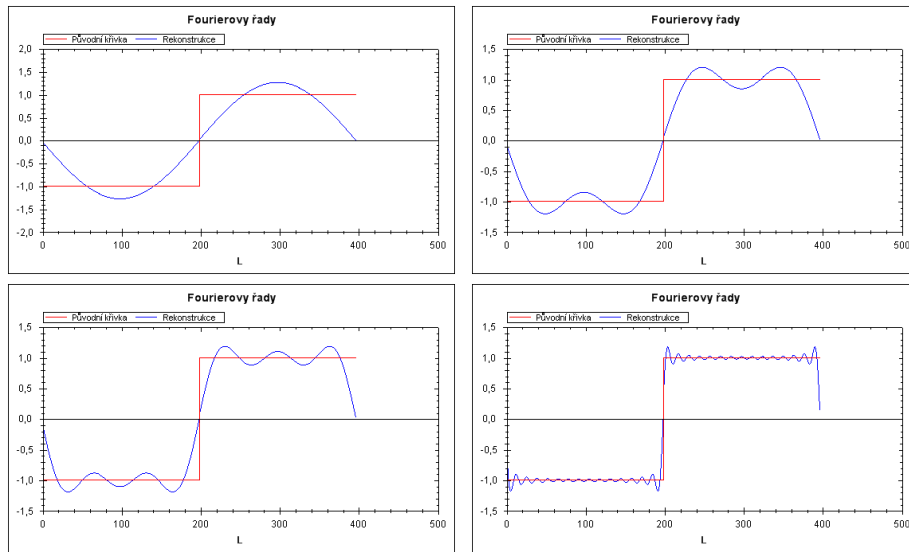
$$x(k) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n \left(A_i \cos\left(\frac{2i\pi k}{L} - \Phi_{xi}\right) \right), \quad (3.7)$$

kde A_i je amplituda i -té harmonické, kterou určíme jako

$$A_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad (3.8)$$

a Φ_x je fázový posun

$$\Phi_{xi} = \arctg\left(\frac{a_i}{b_i}\right). \quad (3.9)$$



Obrázek 3.1: Aproximace skokové funkce Fourierovou řadou – proložení 1., 3., 5. a 19. harmonickou.

Pro sudou funkci platí, že pro všechna i jsou koeficienty $b_i = 0$ a v rozvoji funkce se tedy bude vyskytovat pouze funkce \cos . Podobně pro liché funkce nabyde $a_i = 0$ a v rozvoji bude jen funkce \sin . Příklad aproximace skokové funkce Fourierovou řadou je na obrázku 3.1.

Z obrázku 3.1 je vidět, že pokud máme v časové oblasti signál s ostrými hranami, začnou se ve spektru objevovat vysoké frekvence a Fourierova řada bude konvergovat velice pomalu. Na "hladší" křivky tedy stačí menší množství koeficientů, abychom získali dobrou aproximaci, pro "kotrbatější" křivky je potřeba vyšších frekvencí.

3.2 Rozvoj hranice objektu do Fourierovy řady

Jak již bylo řečeno, pro popis hranice můžeme volit různé způsoby. Popis polárními souřadnicemi pro některé body křivky nedefinuje jedinečnou hodnotu, proto je pro rozvoj do Fourierovy řady nevhodný. Používaným způsobem je vyjádření pomocí tečny a úhlu. Úhel se obvykle normalizuje tak, aby pro celou křivku měl délku 2π . Při použití tohoto vyjádření se mohou projevit při rekonstrukci křivky v diskrétním prostoru nespojitosti. Jako nejvhodnější způsob vyjádření se pro diskrétní prostor proto jeví vyjádření

bodů v kartézských souřadnicích nebo kódování směrů řetězovým kódem. Pro tuto práci bylo zvoleno vyjádření v kartézských souřadnicích.

Předpokladem pro rozvoj do Fourierovy řady je periodická křivka. Hraníční křivka je reprezentována konečným počtem diskretních bodů. Křivku máme zadanou parametricky jako

$$B_k = (x_k, y_k), \quad 0 < k \leq L, \quad (3.10)$$

kde L je počet bodů křivky a x_k, y_k představují kartézské souřadnice bodu. Pokud je křivka uzavřená, pak pro ní platí, že

$$B_k = B_{k+L}, \quad (3.11)$$

čímž je splněna podmínka pro periodicitu.

Hranici vyjádříme jako dvě souřadnicové křivky a rozvedeme je do Fourierových řad

$$x(k) = \frac{1}{2}a_{x0} + \sum_{i=1}^n \left(a_{xi} \cos \left(\frac{2i\pi k}{L} \right) + b_{xi} \sin \left(\frac{2i\pi k}{L} \right) \right), \quad (3.12)$$

$$y(k) = \frac{1}{2}a_{y0} + \sum_{i=1}^n \left(a_{yi} \cos \left(\frac{2i\pi k}{L} \right) + b_{yi} \sin \left(\frac{2i\pi k}{L} \right) \right) \quad (3.13)$$

a pro každou z nich vypočítáme Fourierovské koeficienty

$$a_{xi} = \frac{2}{L} \sum_{k=1}^L \left(x_k \cos \left(\frac{2i\pi k}{L} \right) \right), \quad (3.14)$$

$$b_{xi} = \frac{2}{L} \sum_{k=1}^L \left(x_k \sin \left(\frac{2i\pi k}{L} \right) \right), \quad (3.15)$$

$$a_{yi} = \frac{2}{L} \sum_{k=1}^L \left(y_k \cos \left(\frac{2i\pi k}{L} \right) \right), \quad (3.16)$$

$$b_{yi} = \frac{2}{L} \sum_{k=1}^L \left(y_k \sin \left(\frac{2i\pi k}{L} \right) \right), \quad (3.17)$$

kde x_k a y_k jsou souřadnice k -tého bodu periodické křivky. Vynásobením každého z koeficientů hodnotou $\frac{2}{L}$ koeficient normuje.

Z koeficientů a_{x0} a a_{y0} lze určit těžiště křivky odpovídající hraniční čáře objektu. Vezmeme-li koeficienty před normováním pak platí

$$a_{x0} = \sum_{k=1}^L x_k, \quad a_{y0} = \sum_{k=1}^L y_k. \quad (3.18)$$

Těžiště získáme jednoduše jako

$$T_x = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L x_k, \quad T_y = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L y_k. \quad (3.19)$$

Koeficienty b_{x0} a b_{y0} nabývají vždy nulových hodnot.

3.3 Transformace objektů

Vzhledem k následnému využití Fourierovského popisu jako invariantního, je nutné prověřit vlastnosti Fourierovských koeficientů. Při výpočtu Fourierovských koeficientů dojde při otočení, posunutí či změně měřítka objektu také ke změně těchto hodnot koeficientů. Jak se koeficienty změnilo bylo matematicky popsáno, odvození viz literatura [10], a poté testováno na několika geometrických objektech. V následujícím textu jsou uvedeny výsledky pouze pro čtverec a kruh, ostatní výsledky jsou v příloze B.

3.3.1 Posunutí

Posunutí objektu se promítne jako přičtení hodnoty ke každému jeho bodu ve směru horizontálním a vertikálním. Posun o hodnoty t_x a t_y tedy způsobí, že

$$x'(k) = \frac{1}{2}a_{x0} + \sum_{i=1}^n \left(a_{xk} \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) + b_{xk} \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \right) + t_x, \quad (3.20)$$

$$y'(k) = \frac{1}{2}a_{y0} + \sum_{i=1}^n \left(a_{yk} \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) + b_{yk} \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \right) + t_y. \quad (3.21)$$

Po úpravě vychází

$$x'(k) = \frac{1}{2}(a_{x0} + 2t_x) + \sum_{i=1}^n \left(a_{xk} \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) + b_{xk} \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \right), \quad (3.22)$$

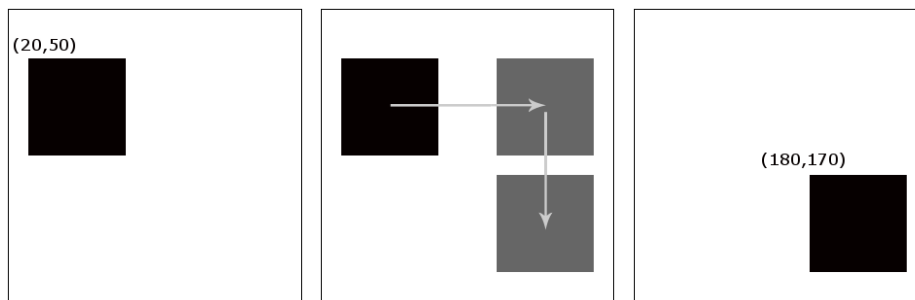
$$y'(k) = \frac{1}{2}(a_{y0} + 2t_y) + \sum_{i=1}^n \left(a_{yk} \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) + b_{yk} \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \right). \quad (3.23)$$

Srovnáním hodnot v původním vztahu a ve vztahu pro posunutý objekt zjistíme, že dojde ke změně jen u koeficientů a_{x0} a a_{y0} , které udávají polohu objektu. Nové hodnoty pro posunutý objekt budou

$$a'_{x0} = a_{x0} + 2t_x, \quad a'_{y0} = a_{y0} + 2t_y. \quad (3.24)$$

Vliv posunutí na Fourierových koeficientech na skutečném objektu byl testován na čtverci o rozměrech 100×100 pixelů. Čtverec byl posunut z pozice $(20, 50)$ pixelů na pozici $(180, 170)$ pixelů tedy o 160 pixelů ve směru osy x a poté o 120 pixelů ve směru osy y (viz obrázek 3.2). Vliv posunutí na souřadnicové křivky je na obrázku 3.3, odkud je vidět, že při posunutí dojde pouze k přičtení konstanty ke každému bodu křivky. Změna koeficientů při posunutí čtverce je v tabulce 3.1. Je z ní patrné, že ke změně došlo pouze v koeficientech a_{x0} a a_{y0} a to podle vztahu 3.24 tedy

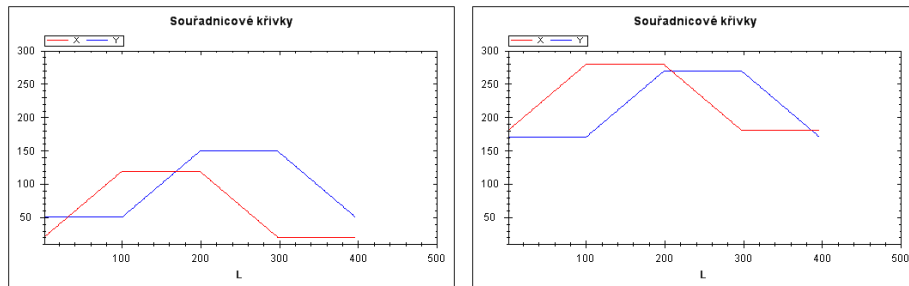
$$\begin{aligned} a'_{x0} &= 139 + 2 \cdot 160 = 139 + 320 = 459, \\ a'_{y0} &= 199 + 2 \cdot 120 = 199 + 240 = 439. \end{aligned} \quad (3.25)$$



Obrázek 3.2: Posunutí čtverce.

Stejný experiment byl proveden i s kruhem o rozměrech 150×150 pixelů, který byl přemístěn z pozice $(20, 120)$ na pozici $(140, 30)$, tedy posunut o 120 pixelů ve směru osy x a o -90 pixelů ve směru osy y (viz obrázek 3.4). Souřadnicové křivky jsou na obrázku 3.5. Hodnoty koeficientů opět odpovídají vztahu 3.24

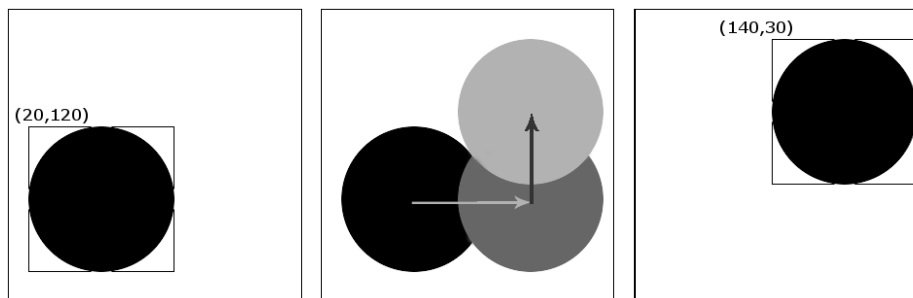
$$\begin{aligned} a'_{x0} &= 189 + 2 \cdot 120 = 189 + 240 = 429, \\ a'_{y0} &= 389 + 2 \cdot (-90) = 389 - 180 = 209. \end{aligned} \quad (3.26)$$



Obrázek 3.3: Změna souřadnicových křivek při posunutí čtverce.

	Původní čtverec				Posunutý čtverec			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	139,00	199,00	0,00	0,00	459,00	439,00	0,00	0,00
1	-39,48	-40,75	-40,75	39,48	-39,48	-40,75	-40,75	39,48
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	-4,66	-4,24	4,24	-4,66	-4,66	-4,24	4,24	-4,66
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	-1,47	-1,72	-1,72	1,47	-1,47	-1,72	-1,72	1,47
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	-0,90	-0,72	0,72	-0,90	-0,90	-0,72	0,72	-0,90
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	-0,42	-0,56	-0,56	0,42	-0,42	-0,56	-0,56	0,42

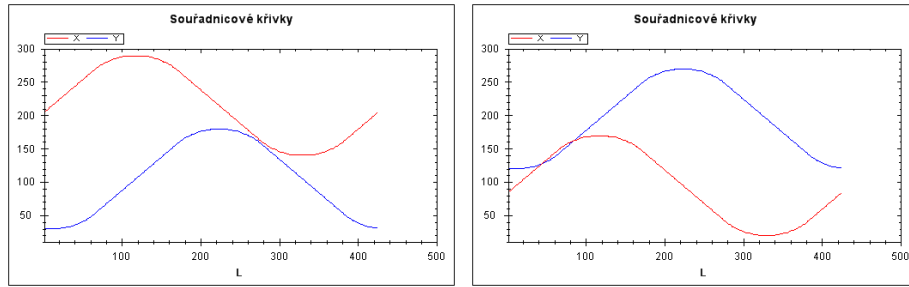
Tabulka 3.1: Hodnoty Fourierových koeficientů pro původní a posunutý čtverec.



Obrázek 3.4: Posunutí kruhu.

3.3.2 Změna měřítka

Změnu měřítka si lze představit jako změnu polohy jednotlivých bodů vzhledem ke středu objektu. Předpokladem této úvahy je, že objekt nejprve



Obrázek 3.5: Změna souřadnicových křivek při posunutí kruhu.

	Původní kruh				Posunutý kruh			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	189,00	389,00	0,00	0,00	429,00	209,00	0,00	0,00
1	-10,50	-74,11	-74,11	10,50	-10,50	-74,11	-74,11	10,50
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,48	-1,07	1,07	0,48	0,48	-1,07	1,07	0,48
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,81	0,96	0,96	-0,81	0,81	0,96	0,96	-0,81
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	-0,18	0,12	-0,12	-0,18	-0,18	0,12	-0,12	-0,18
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	-0,19	-0,06	-0,06	0,19	-0,19	-0,06	-0,06	0,19

Tabulka 3.2: Hodnoty Fourierových koeficientů pro původní a posunutý kruh.

posuneme do počátku souřadné soustavy, zde změníme jeho měřítko a pak ho vrátíme na původní místo. Pokud je s hodnota udávající změnu měřítka, pak

$$x'(k) = \frac{1}{2}a_{x0} + s \sum_{i=1}^n \left(a_{xi} \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) + b_{xi} \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \right), \quad (3.27)$$

$$y'(k) = \frac{1}{2}a_{y0} + s \sum_{i=1}^n \left(a_{yi} \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) + b_{yi} \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \right). \quad (3.28)$$

Transformace se promítne jako vynásobení koeficientů hodnotou s

$$\begin{aligned} a'_{xi} &= s \cdot a_{xi}, & a'_{yi} &= s \cdot a_{yi}, & i &\neq 0, \\ b'_{xi} &= s \cdot b_{xi}, & b'_{yi} &= s \cdot b_{yi}, & i &\neq 0. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Budeme-li sledovat jak změna měřítka ovlivní amplitudy, pak

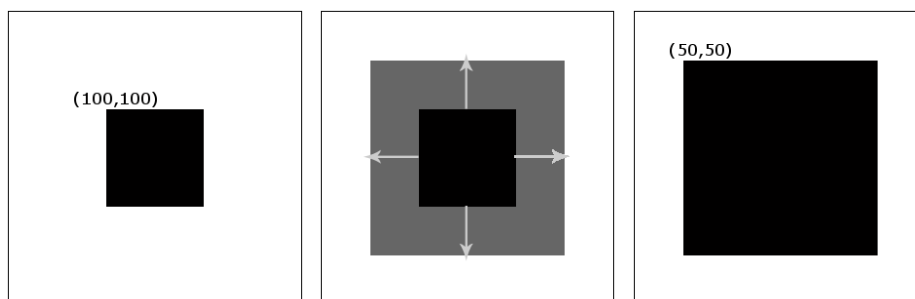
$$\begin{aligned}
 Ax'_i &= \sqrt{(s \cdot a_{xi})^2 + (s \cdot b_{xi})^2} = \\
 &= \sqrt{s^2(a_{xi}^2 + b_{xi}^2)} = s \cdot \sqrt{a_{xi}^2 + b_{xi}^2}, \\
 Ay'_i &= \sqrt{(s \cdot a_{yi})^2 + (s \cdot b_{yi})^2} = \\
 &= \sqrt{s^2(a_{yi}^2 + b_{yi}^2)} = s \cdot \sqrt{a_{yi}^2 + b_{yi}^2}.
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Amplituda se tedy změní podobně jako koeficienty

$$Ax'_i = s \cdot Ax_i, \quad i \neq 0, \tag{3.31}$$

$$Ay'_i = s \cdot Ay_i, \quad i \neq 0. \tag{3.32}$$

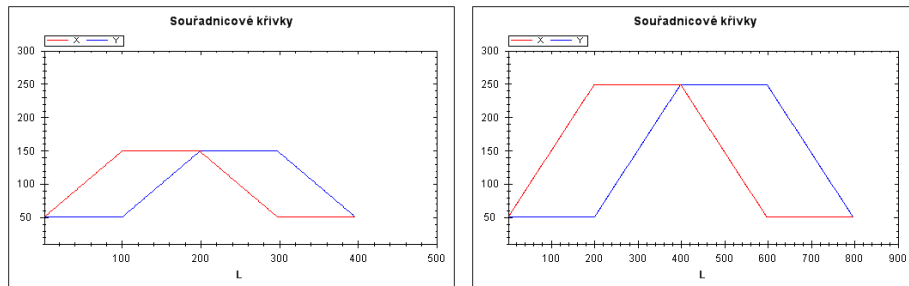
Testování chování koeficientů bylo provedeno na čtverci o velikosti 100×100 pixelů umístěném na pozici (100, 100) pixelů. Čtverec byl zvětšen na dvounásobnou velikost (viz obrázek 3.6) podle svého středu. Zvětšením však dojde k posunutí levého horního rohu, bylo tedy provedeno posunutí, aby počáteční bod hranice byl na stejné pozici a tedy bylo možné sledovat chování souřadnicových křivek pouze při změně měřítka a nikoliv i změně polohy počátečního bodu hranice. Změna měřítka se promítne na souřadnicových křivkách jako natažení křivky a zvětšení její amplitudy (viz obrázek 3.7).



Obrázek 3.6: Změna měřítka čtverce.

V tabulce 3.3 jsou uvedeny hodnoty koeficientů pro původní čtverec a v tabulce 3.4 pro zvětšený čtverec. Z výsledků je vidět, že hodnoty odpovídají vztahu 3.29 s určitými odchylkami, které jsou uvedené v tabulce 3.5. Odchylky jsou způsobeny diskretizačním rastrem a numerickou výpočtu.

Dále byl vliv změny měřítka testován na kruhu o velikosti 200×200 pixelů, který byl zmenšen na velikost 125×125 pixelů tedy $1,6 \times$. Provedená operace

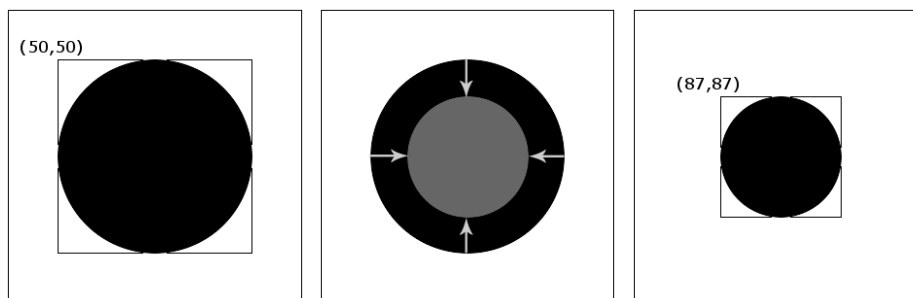


Obrázek 3.7: Změna souřadnicových křivek při změně měřítka čtverce.

	a_x	a_y	b_x	b_y	A_x	A_y
0	299,00	299,00	0,00	0,00	299,00	299,00
1	-39,48	-40,75	-40,75	39,48	56,74	56,74
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	-4,66	-4,24	4,24	-4,66	6,30	6,30
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	-1,47	-1,72	-1,72	1,47	2,27	2,27
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	-0,90	-0,72	0,72	-0,90	1,15	1,15
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	-0,42	-0,56	-0,56	0,42	0,70	0,70

Tabulka 3.3: Změna měřítka čtverce – Fourierovy koeficienty a amplitudy původního čtverce.

je na obrázku 3.8 a souřadnicové křivky pak na obrázku 3.9. Hodnoty koeficientů jsou v tabulkách 3.6 a 3.7, odchylky v tabulce 3.8. Z hodnot je vidět, že zmenšení objektu se projeví výraznějšími odchylkami než jeho zvětšení.



Obrázek 3.8: Změna měřítka kruhu.

	a_x	a_y	b_x	b_y	A_x	A_y
0	299,00	299,00	0,00	0,00	299,00	299,00
1	-80,01	-81,28	-81,28	80,01	114,05	114,05
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	-9,17	-8,74	8,74	-9,17	12,67	12,67
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	-3,09	-3,35	-3,35	3,09	4,56	4,56
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	-1,73	-1,55	1,55	-1,73	2,32	2,32
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	-0,92	-1,06	-1,06	0,92	1,40	1,40

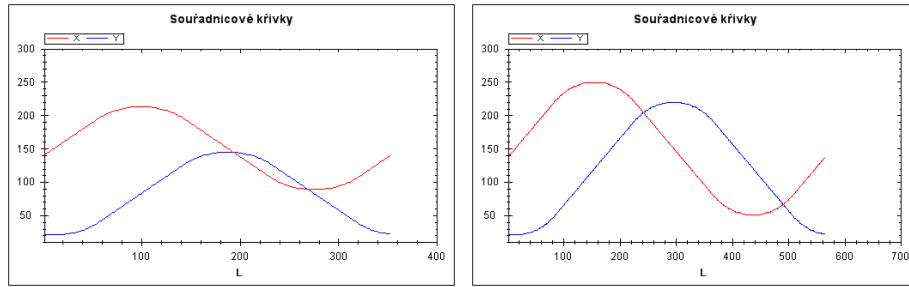
Tabulka 3.4: Změna měřítka čtverce – Fourierovy koeficienty a amplitudy zvětšeného čtverce.

	a_x	a_y	b_x	b_y	A_x	A_y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	1,05	-0,22	-0,22	-1,05	-0,57	-0,57
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	-0,15	0,26	-0,26	-0,15	-0,07	-0,07
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,15	-0,09	-0,09	-0,15	-0,02	-0,02
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	-0,07	0,11	-0,11	-0,07	-0,02	-0,02
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,08	-0,06	-0,06	-0,08	0,00	0,00

Tabulka 3.5: Odchytky vypočtených Fourierových koeficientů a koeficientů získaných testováním na skutečném objektu pro čtverec a změnu jeho měřítka.

3.3.3 Otočení

Při otočení objektu dochází k otočení všech bodů hranice. V ploše můžeme body otočit okolo libovolného bodu (středu otáčení) o určitý úhel. Vztah pro výpočet nové polohy bodů se uvádí pro otočení kolem počátku souřadného systému. Pro odvození jak se body aplikováním otočení změní, si vyjádříme



Obrázek 3.9: Změna souřadnicových křivek při změně měřítka kruhu.

	a_x	a_y	b_x	b_y	A_x	A_y
0	299,00	299,00	0,00	0,00	299,00	299,00
1	-13,25	-98,54	-98,54	13,24	99,43	99,43
2	0,00	0,01	0,00	0,00	0	0,01
3	0,60	-1,40	1,40	0,59	1,53	1,52
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
5	1,02	1,29	1,29	-1,02	1,65	1,65
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
7	-0,23	0,17	-0,17	-0,23	0,29	0,29
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
9	-0,24	-0,09	-0,09	0,24	0,26	0,25

Tabulka 3.6: Změna měřítka kruhu - hodnoty Fourierových koeficientů a amplitud původního kruhu.

vztahy pro $x(k)$ a $y(k)$ v maticové podobě jako

$$\begin{pmatrix} x(k) \\ y(k) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} a_{xi} & b_{xi} \\ a_{yi} & b_{yi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \\ \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \end{pmatrix}. \quad (3.33)$$

Tento tvar je výhodný z toho důvodu, že můžeme využít maticový zápis pro otočení bodu v ploše

$$M = \begin{pmatrix} \cos(\Phi) & \sin(\Phi) \\ -\sin(\Phi) & \cos(\Phi) \end{pmatrix}. \quad (3.34)$$

Po aplikaci dostáváme

$$\begin{pmatrix} x(k) \\ y(k) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \end{pmatrix} + M \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} a_{xi} & b_{xi} \\ a_{yi} & b_{yi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \\ \cos\left(\frac{2i\pi k}{L}\right) \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

	a_x	a_y	b_x	b_y	A_x	A_y
0	299,00	299,00	0,00	0,00	299,00	299,00
1	-10,45	-61,09	-61,09	10,46	61,98	61,98
2	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01
3	0,43	-0,77	0,78	0,43	0,89	0,89
4	-0,01	0,00	-0,01	0,01	0,01	0,01
5	0,80	0,71	0,70	-0,80	1,07	1,07
6	0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
7	-0,19	0,07	-0,07	-0,19	0,21	0,21
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	-0,13	-0,01	0,00	0,13	0,13	0,13

Tabulka 3.7: Změna měřítka kruhu - hodnoty Fourierových koeficientů a amplitud zmenšeného kruhu.

	a_x	a_y	b_x	b_y	A_x	A_y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	2,17	-0,50	-0,50	-2,19	0,16	0,16
2	0,00	0,01	-0,01	0,00	-0,01	0,00
3	-0,06	-0,11	0,09	-0,06	0,07	0,06
4	0,01	0,00	0,01	-0,01	-0,01	-0,01
5	-0,16	0,10	0,11	0,16	-0,04	-0,04
6	-0,01	0,00	0,00	-0,01	-0,01	-0,01
7	0,05	0,04	-0,04	0,05	-0,03	-0,03
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	-0,02	-0,05	-0,06	0,02	0,03	0,03

Tabulka 3.8: Odchyly vypočtených Fourierových koeficientů a koeficientů získaných testováním na skutečném objektu pro kruh a změnu jeho měřítka.

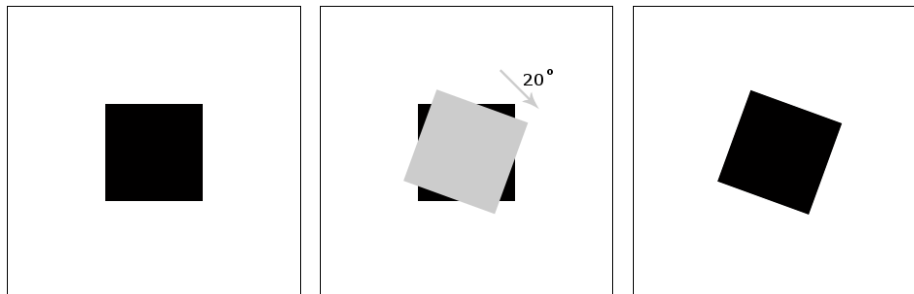
Porovnáním Fourierovských koeficientů zjistíme, že

$$a'_{xi} = a_{xi} \cos(\phi) + a_{yi} \sin(\phi), \quad b'_{xi} = b_{xi} \cos(\phi) + b_{yi} \sin(\phi), \quad (3.36)$$

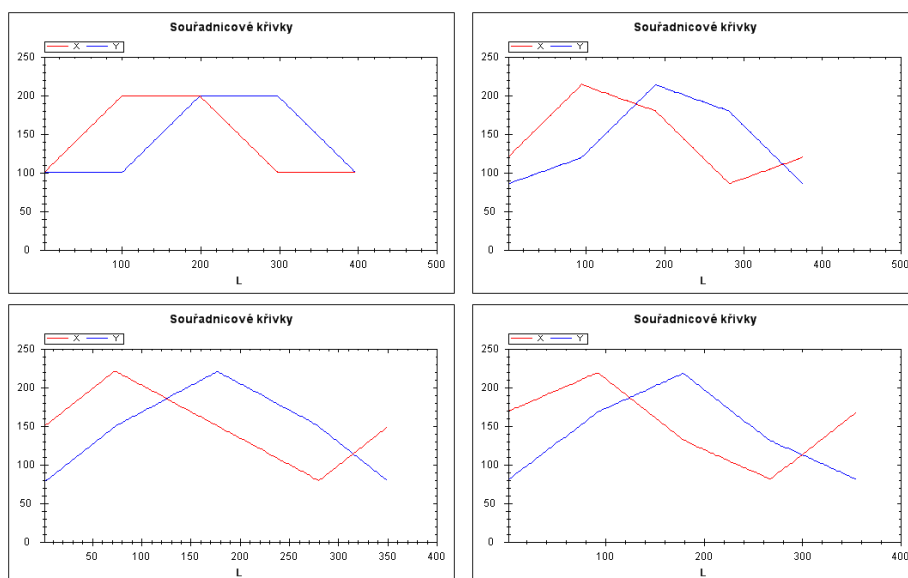
$$a'_{yi} = -a_{xi} \sin(\phi) + a_{yi} \cos(\phi), \quad b'_{yi} = -b_{xi} \sin(\phi) + b_{yi} \cos(\phi). \quad (3.37)$$

Testovaný čtverec byl otočen o 20° po směru hodinových ručiček (viz obrázek 3.10). Jak se změní souřadnicové křivky při otočení objektu je na obrázku 3.11. Hodnoty koeficientů před aplikováním otočení jsou v tabulce 3.9,

koeficienty po provedení otočení v tabulce 3.10. Rozdíly mezi koeficienty vypočtenými výše uvedenými vztahy a získanými programem jsou v tabulce 3.11.



Obrázek 3.10: Otočení čtverce.



Obrázek 3.11: Změna souřadnicových křivek pro čtverec otočený o 0° , 20° , 45° a 60° .

3.3.4 Změna počátečního bodu

Změna počátečního bodu se projeví jako změna fáze křivky. Neprve se podíváme na tvar Fourierovy řady zadaný pomocí amplitudy a fáze. Pokud

	a_x	a_y	b_x	b_y	A_x	A_y
0	299,00	299,00	0,00	0,00	299,00	299,00
1	-39,48	-40,75	-40,75	39,48	56,74	56,74
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
3	-4,66	-4,24	4,24	-4,66	6,3	6,3
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
5	-1,47	-1,72	-1,72	1,47	2,27	2,27
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
7	-0,90	-0,72	0,72	-0,90	1,15	1,15
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0
9	-0,42	-0,56	-0,56	0,42	0,7	0,7

Tabulka 3.9: Otočení čtverce o 20° – hodnoty Fourierových koeficientů a amplitud původního čtverce.

	a_x	a_y	b_x	b_y	A_x	A_y
0	299,49	298,63	0,00	0,00	299,49	298,63
1	-23,94	-52,59	-52,37	23,84	57,59	57,75
2	0,00	0,00	0,00	-0,08	0,00	0,08
3	-2,87	-5,73	5,81	-2,90	6,48	6,42
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	-0,88	-2,13	-2,09	0,85	2,27	2,30
6	0,00	0,00	0,00	-0,03	0	0,03
7	-0,57	-1,03	1,05	-0,57	1,19	1,18
8	0,00	0,00	0,01	0,02	0,01	0,02
9	-0,24	-0,66	-0,63	0,23	0,68	0,7

Tabulka 3.10: Otočení čtverce o 20° – hodnoty Fourierových koeficientů a amplitud otočeného čtverce.

posuneme křivku o r , pak

$$f(x - r) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n \left(A_{xi} \cos \left(\frac{2i\pi(x - r)}{L} - \Phi_{xi} \right) \right). \quad (3.38)$$

Z toho je patrné, že fázovým posunem je ovlivněna fáze každé harmonické, ale amplituda zůstává stále stejná.

Stejnou myšlenku aplikujeme na goniometrický tvar Fourierovy řady,

	a_x	a_y	b_x	b_y	A_x	A_y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,78	0,79	0,57	-0,68	-0,85	-1,01
2	0,00	0,00	0,00	0,08	0,00	-0,08
3	-0,06	0,15	-0,23	-0,03	-0,18	-0,12
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,09	0,01	-0,03	-0,06	-0,01	-0,04
6	0,00	0,00	0,00	0,03	0,00	-0,03
7	-0,03	0,05	-0,07	-0,03	-0,04	-0,03
8	0,00	0,00	-0,01	-0,02	-0,01	-0,02
9	0,04	-0,01	-0,04	-0,03	0,02	0,00

Tabulka 3.11: Odchyly vypočtených Fourierových koeficientů a koeficientů získaných testováním na skutečném objektu pro čtverec a jeho otočení.

abychom zjistili, jak se změjí jednotlivé koeficienty

$$f(x - r) = \frac{1}{2}a_{x0} + \sum_{k=1}^n (a_{xk} \cos(k(x - r)) + b_{xk} \sin(k(x - r))) \quad (3.39)$$

Na výraz v sumě použijeme následující goniometrické vztahy

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta, \quad (3.40)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta. \quad (3.41)$$

Pak dostáváme

$$\begin{aligned} & a_{xk} \cos(k(x - r)) + b_{xk} \sin(k(x - r)) = \\ & = a_{xk} (\cos(kx) \cos(kr) - \sin(kx) \sin(kr)) + b_{xk} (\cos(kx) \sin(kr) + \sin(kx) \cos(kr)) = \\ & = (a_{xk} \cos(kr) - b_{xk} \sin(kr)) \cos(kx) + (b_{xk} \cos(kr) + a_{xk} \sin(kr)) \sin(kx). \end{aligned}$$

Porovnáním koeficientů získáme předpis pro nové koeficienty

$$a_{xk} = a_{xk} \cos(kr) - b_{xk} \sin(kr), \quad (3.42)$$

$$b_{xk} = b_{xk} \cos(kr) + a_{xk} \sin(kr). \quad (3.43)$$

Bližším pohledem zjistíme, že se jedná vlastně o rotované fázory. Aplikujeme-li tento postup na obě souřadnicové křivky, zjistíme, že změna počátečního bodu křivky se projeví stejně jako rotace objektu.

3.4 Rekonstrukce křivky

Z vypočtených Fourierových koeficientů lze zpětně rekonstruovat původní křivku

$$\overline{x(k)} = \frac{1}{2}a_{x0} + \sum_{i=1}^n \left(a_{xi} \cos\left(\frac{2\pi k i}{L}\right) + b_{xi} \sin\left(\frac{2\pi k i}{L}\right) \right), \quad (3.44)$$

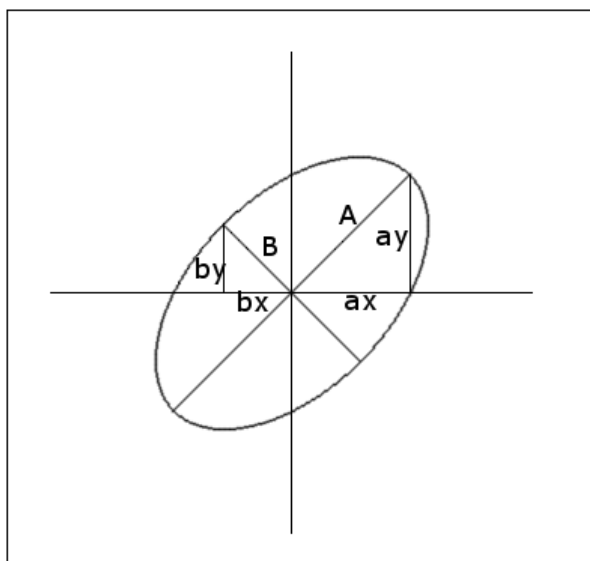
$$\overline{y(k)} = \frac{1}{2}a_{y0} + \sum_{i=1}^n \left(a_{yi} \cos\left(\frac{2\pi k i}{L}\right) + b_{yi} \sin\left(\frac{2\pi k i}{L}\right) \right). \quad (3.45)$$

První koeficienty při rekonstrukci definují elipsu, která nejlépe prokládá body hranice. K popisu elipsy tedy stačí koeficienty a_{x0} a a_{y0} , které udávají její polohu a koeficienty a_{x1} , a_{y1} , b_{x1} , b_{y1} , které definují hlavní a vedlejší osu elipsy. Osy elipsy (hlavní osu A a vedlejší osu B) určíme z koeficientů jako

$$|A| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}, \quad (3.46)$$

$$|B| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2}. \quad (3.47)$$

Geometrická interpretace těchto vztahů je na obrázku 3.12.



Obrázek 3.12: Určení hlavní osy A a vedlejší osy B elipsy z Fourierových koeficientů a_x , b_x , a_y a b_y .

Přidáváním dalších koeficientů zlepšujeme aproximaci hranice. Kroky rekonstrukce písmene A jsou na obrázku 3.13. Jak se mění vzdálenost původních bodů hranice a nově vypočtených bodů hranice při jednotlivých krocích rekonstrukce je v tabulce 3.12, kde K je krok rekonstrukce a X a Y jsou vzdálenosti rekonstruovaného bodu od skutečného bodu hranice. Vzdálenosti jsou určovány jako

$$X = \sum_{i=1}^L |\Delta x_i|, \quad Y = \sum_{i=1}^L |\Delta y_i|, \quad (3.48)$$

kde L je délka hranice.

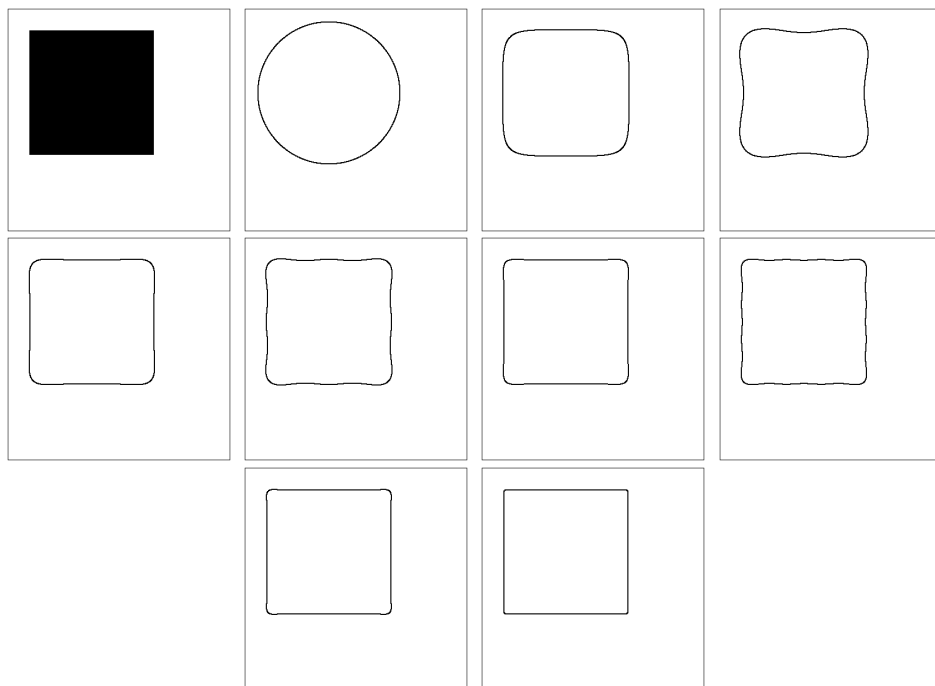
K	X	Y	K	X	Y	K	X	Y	K	X	Y	K	X	Y
1	31809	35210	11	409	348	21	103	155	31	96	21	41	32	8
2	5197	18860	12	419	346	22	108	133	32	68	24	42	27	8
3	2545	5620	13	432	308	23	113	66	33	65	13	43	38	8
4	2364	4128	14	336	304	24	112	69	34	68	14	44	28	8
5	1764	2301	15	319	303	25	89	70	35	55	12	45	20	8
6	1676	1671	16	285	274	26	103	71	36	53	13	46	19	8
7	1483	1273	17	221	266	27	106	64	37	54	10	47	20	8
8	905	356	18	221	226	28	87	41	38	38	8	48	20	8
9	903	332	19	156	216	29	96	37	39	37	8	49	15	8
10	808	332	20	109	173	30	92	39	40	41	9	50	19	8

Tabulka 3.12: Odchylky při rekonstrukci hranice písmene A

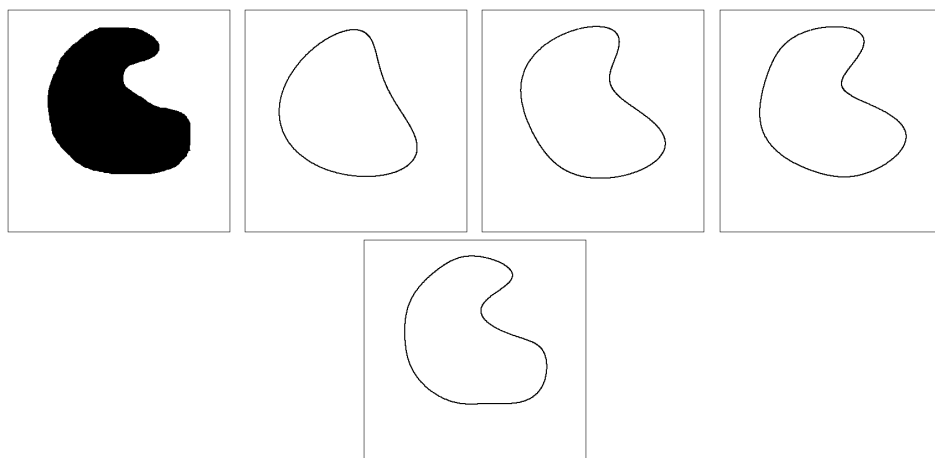


Obrázek 3.13: Rekonstrukce hranice písmene A – kroky rekonstrukce 3, 4, 5, 9 a 20.

Pro rekonstrukci hranice s ostrými úhly je potřeba více koeficientů, příkladem je čtverec na obrázku 3.14, kdy pro dosažení přesné aproximace původního objektu potřebujeme okolo 40 koeficientů. Pro "hladší" objekty, viz obrázek 3.15, stačí méně než 10 koeficientů. Při rekonstrukci některých objektů dojde pro malý počet koeficientů ke křížení křivky. Příklad takového objektu je na obrázku 3.16.



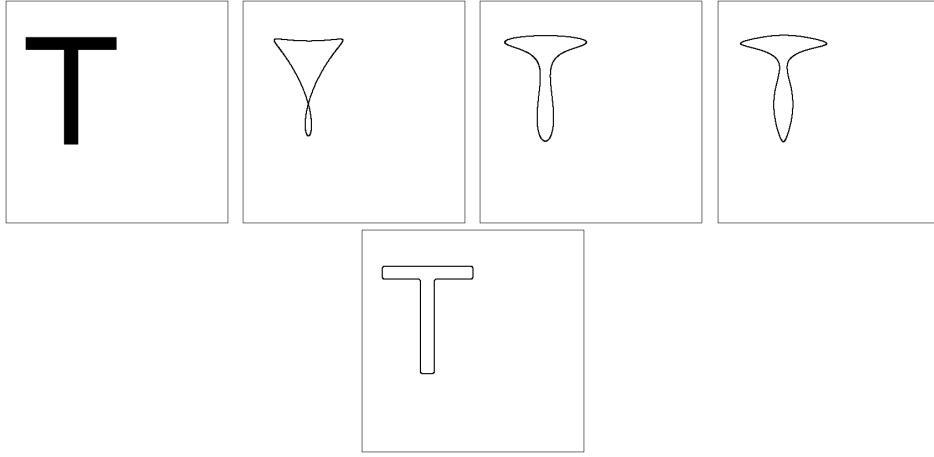
Obrázek 3.14: Rekonstrukce hranice hranatého objektu – rekonstruovaný objekt, kroky rekonstrukce 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 20 a 39.



Obrázek 3.15: Rekonstrukce hranice hladkého objektu – rekonstruovaný objekt, kroky 2, 3, 4 a 6.

3.5 Fourierovské deskriptory

Dalším cílem práce je nalézt pro klasifikaci objektů pomocí popisů hraniční čáry takové popisy, kterou jsou invariální vůči posunutí, stačí vypustit



Obrázek 3.16: Rekonstrukce hranice písmene T – rekonstruovaný objekt, kroky rekonstrukce 2, 3, 5 a 28.

koeficienty a_{x0} a a_{y0} , které jako jediné na poloze objektu závisí.

Pro popis nezávislý i na měřítku musíme koeficienty upravit následujícím způsobem (viz literatura [8])

$$Axx_i = \frac{A_{xi}}{A_{x1}} = \frac{\sqrt{a_{xi}^2 + b_{xi}^2}}{\sqrt{a_{x1}^2 + b_{x1}^2}}, \quad (3.49)$$

$$Ayy_i = \frac{A_{yi}}{A_{y1}} = \frac{\sqrt{a_{yi}^2 + b_{yi}^2}}{\sqrt{a_{y1}^2 + b_{y1}^2}}. \quad (3.50)$$

Výpočet provádíme pro $i = 2 \dots k - 1$, protože koeficienty a_{x0} a a_{y0} byly závislé na poloze a $Axx_1 = Ayy_1 = 1$. Dosadíme-li dříve získané vztahy pro změnu měřítka, vidíme, že po několika úpravách dostaneme původní vztah. Hodnota Axx_i je tedy nezávislá na měřítku.

$$\begin{aligned} Axx_i &= \frac{A_{xi}}{A_{x1}} = \frac{\sqrt{(s \cdot a_{xi})^2 + (s \cdot b_{xi})^2}}{\sqrt{(s \cdot a_{x1})^2 + (s \cdot b_{x1})^2}} = \\ &= \frac{\sqrt{s^2(a_{xi}^2 + b_{xi}^2)}}{\sqrt{s^2(a_{x1}^2 + b_{x1}^2)}} = \frac{s \cdot \sqrt{a_{xi}^2 + b_{xi}^2}}{s \cdot \sqrt{a_{x1}^2 + b_{x1}^2}} = \frac{\sqrt{a_{xi}^2 + b_{xi}^2}}{\sqrt{a_{x1}^2 + b_{x1}^2}}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Amplitudu i -té harmonické Ax_i bychom tedy mohli dělit i jakoukoliv jinou amplitudou než Ax_1 a dostali bychom stejné výsledky. Obdobně to lze ukázat i pro Ayy_i .

Invariantnost i vůči otočení získáme úpravou

$$D_i = \sqrt{Axx_i^2 + Ayy_i^2} \quad (3.52)$$

Hodnoty počítáme od D_2 , protože $D_1 = \sqrt{2}$.

Jiným způsobem vyjádření invariantnosti vůči měřítku je (viz literatura [6])

$$Axx_i^* = \frac{A_{xi}^*}{A_{x1}^*} = \frac{\sqrt{a_{xi}^2 + a_{yi}^2}}{\sqrt{a_{x1}^2 + a_{y1}^2}} \quad (3.53)$$

$$Ayy_i^* = \frac{A_{yi}^*}{A_{y1}^*} = \frac{\sqrt{b_{xi}^2 + b_{yi}^2}}{\sqrt{b_{x1}^2 + b_{y1}^2}} \quad (3.54)$$

Důkaz správnosti tohoto vztahu je obdobný jako 3.51. Popis nezávislý i na otočení vyjádříme jako

$$D_i^* = Axx_i^* + Ayy_i^* \quad (3.55)$$

Platnost tohoto vztahu ukážeme dosazením vztahů pro otočení.

$$D_i^* = \frac{A_{xi}^*}{A_{x1}^*} + \frac{A_{yi}^*}{A_{y1}^*} \quad (3.56)$$

Úpravu budeme demonstrovat pouze pro jednu amplitudu, ostatní jsou podobné:

$$\begin{aligned} A_{xi}^* &= a_{xi}^2 + a_{yi}^2 = (a_{xi} \cos(\phi) + a_{yi} \sin(\phi))^2 + (-a_{xi} \sin(\phi) + a_{yi} \cos(\phi))^2 = \\ &= a_{xi}^2 \cos^2(\phi) + 2a_{xi}a_{yi} \cos(\phi) \sin(\phi) + a_{yi}^2 \sin^2(\phi) + \\ &\quad a_{xi}^2 \sin^2(\phi) + 2a_{xi}a_{yi} \cos(\phi) \sin(\phi) + a_{yi}^2 \cos^2(\phi) = \\ &= a_{xi}^2(\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi)) + a_{yi}^2(\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi)) = a_{xi}^2 + a_{yi}^2. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Hodnoty D_i a D_i^* nazýváme Fourierovské deskriptory (dále FD).

Oba deskriptory byly zkoumány jako parametry, pomocí kterých je možné od sebe rozlišit různé objekty. Testování bylo prováděno na sadě písmen fontu

Verdana, sada písmen byla zvolena tak, aby se v ní vyskytovala písmena jako například Z a N, která jsou si po natočení podobná. Objekt byl popsán 10 deskriptory. Byly zkoumány vzdálenosti mezi písmeny navzájem, poté mezi původními a otočenými písmeny a nakonec mezi původními písmeny a písmeny se změnou měřítka.

Vzdálenosti mezi písmeny byly zjišťovány jako

$$Dist = \sum_{i=1}^{10} D_i \quad (3.58)$$

Vzdálenosti mezi písmeny v originální sadě jsou v tabulce 3.13 pro první typ deskriptorů D_i a v tabulce 3.14 pro druhý typ deskriptorů D_i^* . Je vidět, že se vzdálenosti pohybují v řádu jednotek pro různá písmena, písmena jsou tedy odlišitelná. Deskriptory D_i poskytují větší vzdálenosti mezi písmeny, tedy od sebe lépe separují různé objekty. Pro podobná písmena vychází vzdálenosti menší. Písmena Z a N lépe rozliší deskriptory D_i^* , naopak písmena M a W deskriptory D_i .

	M	N	U	V	W	Z
M	0,00000	2,70792	3,10435	2,16861	1,26566	2,68661
N	2,70792	0,00000	4,26176	3,23370	2,87507	0,28349
U	3,10435	4,26176	0,00000	1,26454	4,29751	4,31993
V	2,16861	3,23370	1,26454	0,00000	3,28376	3,24264
W	1,26566	2,87507	4,29751	3,28376	0,00000	2,78315
Z	2,68661	0,28349	4,31993	3,24264	2,78315	0,00000

Tabulka 3.13: Vzdálenosti mezi originálními písmeny pro deskriptory D_i

	M	N	U	V	W	Z
M	0,00000	1,76984	1,36884	1,29527	0,68370	1,35806
N	1,76984	0,00000	1,95547	1,89983	1,74122	1,01776
U	1,36884	1,95547	0,00000	0,38302	1,96114	1,79285
V	1,29527	1,89983	0,38302	0,00000	1,86278	1,57392
W	0,68370	1,74122	1,96114	1,86278	0,00000	1,29825
Z	1,35806	1,01776	1,79285	1,57392	1,29825	0,00000

Tabulka 3.14: Vzdálenosti mezi originálními písmeny pro deskriptory D_i^*

Pro testování změny měřítka byla všechna písmena zvětšena o 75 %. Výsledky jsou v tabulkách 3.15 a 3.16. Zde se již objevuje v deskriptorech chyba, protože pro stejná písmena nevychází vzdálenost rovná přesně nule, pro stejná písmena je však stále nejmenší. Pro podobná písmena jako Z a N je odchylka ve vzdálenosti menší než pro ostatní písmena, je tedy vidět, že jsou méně rozlišitelná.

	M	N	U	V	W	Z
M	0,07269	2,79881	3,14966	2,24916	1,30017	2,69109
N	2,77134	0,10630	4,31456	3,33763	2,91539	0,22550
U	3,09727	4,34473	0,05760	1,14007	4,34166	4,31574
V	2,18370	3,32755	1,32120	0,12673	3,34136	3,24907
W	1,28314	2,94938	4,34415	3,37958	0,08852	2,79762
Z	2,75288	0,33919	4,37403	3,35220	2,82860	0,06382

Tabulka 3.15: Vzdálenosti mezi originálními písmeny a zvětšenými písmeny pro deskriptory D_i

	M	N	U	V	W	Z
M	0,02688	1,78691	1,33916	1,29039	0,70511	1,35534
N	1,79192	0,04534	1,92767	1,88966	1,71673	1,00700
U	1,37344	1,98531	0,03920	0,39323	1,97282	1,80244
V	1,30424	1,92327	0,36384	0,01618	1,87638	1,58625
W	0,69106	1,74544	1,92810	1,85587	0,04178	1,28757
Z	1,38373	1,00285	1,75735	1,56095	1,28729	0,02285

Tabulka 3.16: Vzdálenosti mezi originálními písmeny a zvětšenými písmeny pro deskriptory D_i^*

Dále byla originální písmena otočena o 30° , výsledky jsou v tabulkách 3.17 a 3.18. Chyba mezi stejnými písmeny je větší než při změně měřítka, vzdálenosti jsou pro stejná písmena stále nejmenší.

Z uvedených výsledků plyne, že pomocí Fourierovských deskriptorů je možné rozlišit jednotlivé tvary a tedy je použít pro rozlišení tvarů objektů. Srovnáme-li oba typy deskriptorů, pak první typ tedy D_i dává mezi písmeny

	M	N	U	V	W	Z
M	1,12513	2,45497	1,68227	1,75384	1,53110	2,34556
N	2,18287	0,59292	2,43901	2,28336	2,17246	1,26101
U	3,50530	4,14889	2,33426	2,65627	4,06936	4,13798
V	2,31480	3,02069	1,07888	1,39670	2,87019	2,92280
W	1,31714	2,55822	2,54195	2,46928	1,20521	2,36129
Z	2,05556	0,36511	2,38243	2,19437	2,00376	1,02054

Tabulka 3.17: Vzdálenosti mezi originálními písmeny a otočenými písmeny pro deskriptory D_i

	M	N	U	V	W	Z
M	0,13990	1,72358	1,33386	1,39440	0,79762	1,37904
N	1,73092	0,07354	1,90011	1,85682	1,83363	0,93923
U	1,39699	1,92019	0,11994	0,24302	2,03652	1,80128
V	1,30883	1,85935	0,42378	0,23827	1,95450	1,59487
W	0,61105	1,69369	1,91649	1,95436	0,29341	1,31146
Z	1,28757	0,96012	1,76621	1,65156	1,42390	0,09340

Tabulka 3.18: Vzdálenosti mezi originálními písmeny a otočenými písmeny pro deskriptory D_i^*

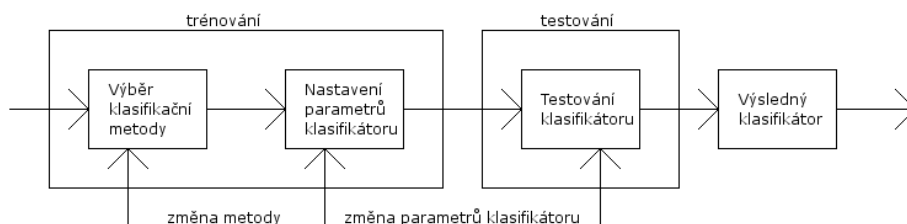
větší odchylky, u podobných objektů záleží vhodnost typu deskriptoru na tvaru objektu.

Kapitola 4

Využití FD pro klasifikaci

Z obrázku jsme získali hranici objektu vyjádřenou v souřadnicových křivkách, které byly rozvedeny do Fourierovy řady a její koeficienty upraveny tak, aby byly invariantní vůči translaci, otočení a změně měřítka. Tyto hodnoty nazveme příznaky objektu ve snímku, uspořádané tvoří tzv. příznakový vektor. Počet složek vektoru definuje jeho dimenzi. Příznaky by měly mít tu vlastnost, že objekt popisují tak, aby byl odlišitelný od ostatních. Z předchozího vyplývá, že FD by tuto vlastnost mít měly, jak jsou využitelné pro klasifikaci bylo zjišťováno na několika typech klasifikátorů.

Při návrhu klasifikátoru rozlišujeme dvě části – trénovací a testovací. V trénovací části volíme druh klasifikátoru a nastavujeme jeho parametry, ve fázi testování zkoumáme kvalitu navrženého klasifikátoru (viz obrázek 4.1) Získaná data rozdělíme na několik množin, některá budou součástí trénovací množiny, jiná testovací množiny. Trénovací množinu použijeme pro nastavení parametrů klasifikátoru, testovací pak pro ověření. Jako testovací množinu volíme jinou než byla použita pro trénování, protože klasifikátor má často tuto množinu naučenou a klasifikoval by ji tedy bezchybně.



Obrázek 4.1: Princip klasifikace, trénování a testování klasifikátoru.

4.1 Metody hodnocení kvality klasifikátoru

Zjišťování úspěchu při klasifikaci se nejčastěji provádí měřením relativní chyby, kdy za úspěch je považováno správné zařazení prvku a za neúspěch nesprávné zařazení prvku. Odhad se provádí na testovací množině (tzv. testovací chyba), ale i na trénovací množině (tzv. trénovací chyba). Trénovací a testovací chybu definujeme jako poměr mezi počtem chybně klasifikovaných znaků a všech znaků. Testovací chyba umožňuje predikovat míru chyby klasifikace pro nová data. Míru chybných klasifikací lze určit několika způsoby. Nejznámějšími jsou metody holdout, náhodné seskupování, křížová validace a leave-one-out.

V metodě holdout jsou data náhodně rozdělena na dvě množiny, na trénovací a testovací. Klasifikátor je natrénován na první množině, druhá množina slouží pro určení procenta neúspěšných klasifikací. Modifikací této metody je náhodné seskupování, kdy celý proces opakujeme pro n množin a konečnou chybu určíme jako průměr z jednotlivých získaných chyb. Při použití metody křížové validace jsou data rozdělena na n nezávislých množin. Na $n-1$ množinách je prováděno natrénování klasifikátoru, poslední množina slouží jako testovací. Celý proces je n -krát opakován, výsledná hodnota je aritmetický průměr z chyb získaných v jednotlivých iteracích. Pokud je počet podskupin roven počtu dat jedná se o metodu nazývanou leave-one-out.

Trénování a následné testování klasifikátorů bylo prováděno na obrázcích s arabskými číslicemi. Pro každý obrázek určíme příznakový vektor, který předložíme klasifikátoru. Výstup klasifikátoru neboli třída bude nabývat hodnot z množiny $\gamma = \{0, 1 \dots 9\}$. Data byla vytvořena ručně, tedy každému obrázku bylo přiřazeno číslo třídy. Pro určení chyby klasifikace byla zvolena metoda křížové validace. Množina dat byla rozdělena na pět skupin, čtyři skupiny byly použity pro trénování klasifikátoru, jedna skupina pro stanovení úspěšnosti klasifikace. Jako příznaky byly voleny hodnoty deskriptorů D_i a poté D_i^* .

4.2 Klasifikátor podle minimální vzdálenosti

Pro každou třídu je zvolen jeden nebo více reprezentantů, které ji nejlépe charakterizují. Klasifikátor je natrénován tím, že určíme příznaky pro každého reprezentanta. Pro neznámý vzorek určujeme vzdálenosti od všech reprezentantů tříd, prvek zařadíme do třídy, k níž má neznámý vzorek nejmenší vzdálenost. Pro určení vzdálenosti se používají metriky, nejčastěji

Eukleidovská metrika a Minkovského metrika. Eukleidovská metrika je definována jako

$$D(a, b) = \sqrt{\sum_{k=1}^d (a_k - b_k)^2}. \quad (4.1)$$

Minkovského metrika pak jako

$$L_k(a, b) = \sqrt[k]{\sum_{k=1}^d |a_k - b_k|^k}. \quad (4.2)$$

Minkovského metrika tedy přechází pro $k = 2$ na eukleidovskou metricku.

Výhodou klasifikátoru je relativně nízká chyba klasifikace a jeho jednoduchost. Urychlení klasifikátoru lze provést, pokud místo celé trénovací množiny použijeme jen jeden vektor tzv. etalon. Etalon se často určuje jako průměrná hodnota mezi vstupními vzory. Tento přístup má však nevýhodu vyšší chyby klasifikace, protože místo skutečných hodnot bereme v úvahu pouze statistický model dat.

Pro natrénování klasifikátoru byla použita celá trénovací množina. Testování klasifikátoru bylo prováděno pro různé hodnoty k . Výsledky úspěšnosti klasifikace jsou na obrázku 4.2 pro invarianty D_i a na obrázku 4.3 pro invarianty D_i^* . Větší úspěšnost klasifikace byla sledována pro sudá k , nejlepší výsledky dávala eukleidovská vzdálenost. Větší úspěšnost klasifikace byla při použití příznakového vektoru dimenze 5. Nejčastěji byly při klasifikaci zaměňovány číslice 9, 6 a 5, 2. Co se týče srovnání obou typů invariantů z hlediska úspěšnosti klasifikace, dávají oba stejné výsledky.

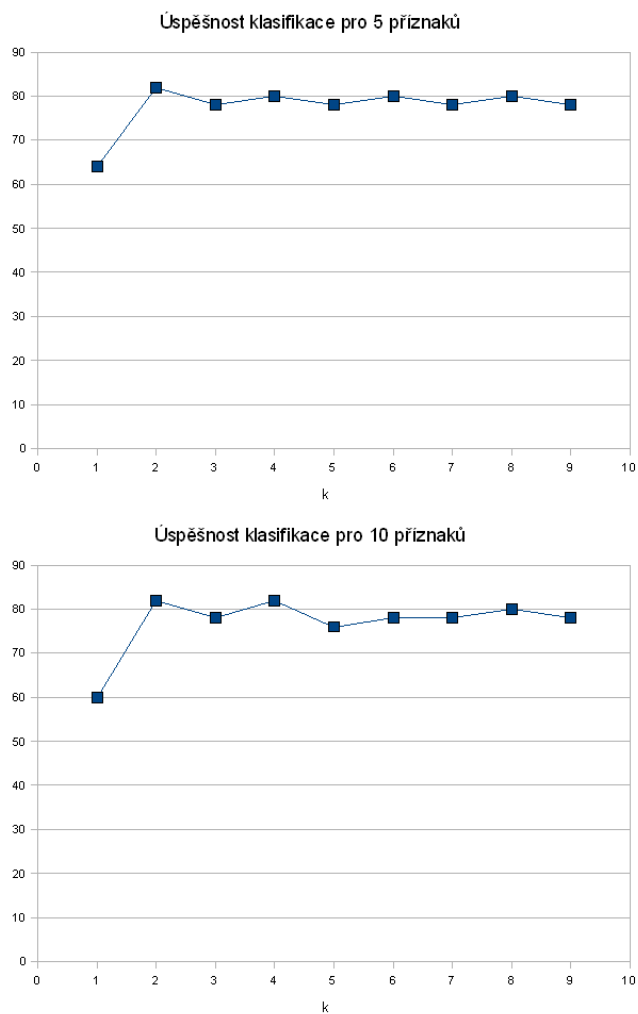
4.3 Lineární diskriminační funkce

V příznakovém prostoru se snažíme najít nadrovinu

$$g(x) = w^T \cdot x + b, \quad (4.3)$$

kde w je váhový vektor a b je práh. Nadrovina rozděluje prostor na dvě části, kde platí pro jednu stranu, že

$$g(x) > 0 \quad (4.4)$$

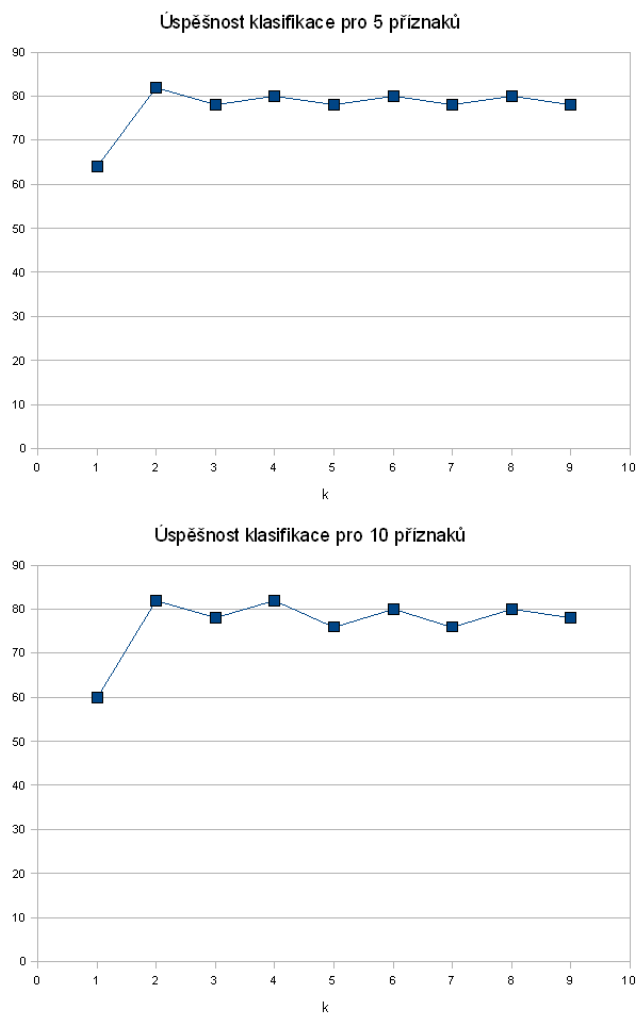


Obrázek 4.2: Úspěšnost klasifikace při použití klasifikátoru podle minimální vzdálenosti pro různé hodnoty k a příznakový vektor délky 5 a 10 s invarianty D_i

a pro druhou

$$g(x) < 0 \tag{4.5}$$

V jedné části příznakového prostoru tedy budou vektory z první třídy, v druhé části vektory z druhé třídy. Klasifikace probíhá podle lineární diskriminační funkce a souřadnice neznámého prvku, prvek je zařazen do třídy podle znaménka. Cílem trénování klasifikátoru je nalezení parametrů w a b , tak aby se minimalizovala trénovací chyba. Pokud se podaří stanovit parametry



Obrázek 4.3: Úspěšnost klasifikace při použití klasifikátoru podle minimální vzdálenosti pro různé hodnoty k a příznakový vektor délky 5 a 10 s invarianty D_i^* .

klasifikátoru tak, aby byla trénovací chyba nulová, jsou data lineárně separabilní. Neplatí-li pro data tato vlastnost, je nutné hledat rozdělující nadrovinu například jako nelineární. Postupů pro nalezení lineárních diskriminačních funkcí je několik, například perceptronový algoritmus, Kozineův algoritmus nebo Support Vector Machine.

Pro testování klasifikace bylo zvoleno hledání parametrů pomocí perceptronového algoritmu, protože je jednoduchý a efektivní. Perceptron je jednovrstvá neuronová síť s prahovací aktivační funkcí. Výstup nabývá

hodnot $y_i = \{-1, 1\}$, proto se používá hlavně pro klasifikaci do dvou tříd. Problém klasifikace číslic byl tedy převeden na dichotomické problémy, aby mohl být použit standardní perceptronový algoritmus. Pro každou třídu byl vytvořen perceptron, který ji rozpoznává.

Perceptronový algoritmus počítá hodnoty v těchto krocích:

1. Inicializuj vektor $w = 0$ a $b = 0$
2. Nalezni špatně klasifikovaný vektor x , pro který platí

$$\langle w, x \rangle + b \leq 0, \quad x \in X_1$$

nebo

$$\langle w, x \rangle + b < 0, \quad x \in X_2$$

Pokud takový vektor neexistuje, definují získané hodnoty w a b hledanou nadrovinu, která separuje množiny X_1 a X_2 . V opačném případě pokračuj krokem 3.

3. Urči nové hodnoty w a b podle vztahů

$$w = w + x, \quad b = b + 1 \quad \text{pro} \quad x \in X_1$$

nebo

$$w = w - x, \quad b = b - 1 \quad \text{pro} \quad x \in X_2$$

a pokračuj krokem 2.

Perceptronový algoritmus nalezne podle Noffikovy věty pro lineárně oddělitelné třídy parametry v konečném počtu kroků. Učení probíhá opakovaným předkládáním vzorů z trénovací množiny, dokud není klasifikátor natrénován s nulovou trénovací chybou nebo není splněna zastavovací podmínka.

Klasifikace neznámého příznakového vektoru probíhá tak, že vektor postupně vkládáme na vstupy všech perceptronů a vektor je zařazen do třídy, která dává největší hodnotu výstupu.

Lineární klasifikátor pro číslice se nepodařilo natrénovat s nulovou trénovací chybou. Trénovací chyba byla pro invarianty D_i 15 % a pro invarianty D_i^* 11%. Chyba je způsobena častou záměnou číslic 7, 9 a 6, 9. Úspěšnost klasifikace je pro invarianty D_i 70 %, pro invarianty D_i^* 64% pro příznakový prostor dimenze 10. Pro 5 příznaků se chyba trénování pohybovala okolo 40 % a následná úspěšnost klasifikace byla nižší než 50 %.

4.4 Nelineární diskriminační funkce

K nalezení nelineárních rozdělovacích ploch lze opět použít perceptronový algoritmus, pokud ho rozšíříme o použití tzv. jádrových funkcí. Váhový vektor můžeme vyjádřit jako lineární kombinaci dat z trénovací množiny

$$w = \sum_{x \in X_1} \alpha_x x + \sum_{x \in X_2} \alpha_x x. \quad (4.6)$$

Každý vektor z trénovací množiny má tedy přiřazeno číslo α_x . Skalární součin $\langle w, x' \rangle$ pak můžeme vyjádřit jako

$$\langle w, x' \rangle = \sum_{x \in X_1} \alpha_x \langle x, x' \rangle + \sum_{x \in X_2} \alpha_x \langle x, x' \rangle. \quad (4.7)$$

Pokud místo skalárního součinu $\langle x, x' \rangle$ použijeme jádrové funkce dostaneme modifikovaný perceptronový algoritmus, který umožňuje hledat rozdělovací plochy i jiných tvarů.

Algoritmus trénování klasifikátoru vypadá následovně:

1. Nastav koeficienty α a b na nulu
2. Mezi vektory najdi špatně klasifikovaný vektor x_t pro který platí

$$\sum_{x \in X_1} \alpha_x k(x, x_t) + \sum_{x \in X_2} \alpha_x k(x, x_t) + b \leq 0 \quad \text{pro} \quad x \in X_1$$

nebo

$$\sum_{x \in X_1} \alpha_x k(x, x_t) + \sum_{x \in X_2} \alpha_x k(x, x_t) + b > 0 \quad \text{pro} \quad x \in X_2$$

Pokud takový vektor neexistuje, je klasifikátor natrénován, jinak jdi na krok 3.

3. Změn hodnoty koeficientů podle následujících pravidel

$$b = b + 1 \quad \text{pro} \quad x_t \in X_1$$

$$b = b - 1 \quad \text{pro} \quad x_t \in X_2$$

Pro hodnoty α

$$\alpha_{xi} = \alpha_{xi} + 1 \quad \text{pro} \quad x_t = x$$

$$\alpha_{xi} = \alpha_{xi} \quad \text{pro} \quad x_t \neq x$$

Změnou jádrových funkcí nyní můžeme využít algoritmus pro nalezení různých nelineárních funkcí.

4.4.1 Polynomiální funkce

Jádrovou funkci volíme ve tvaru

$$k(x, x') = ((x, x') + 1)^d, \quad (4.8)$$

kde d udává stupeň polynomu.

Trénování a následné testování klasifikátoru bylo prováděno pro stupně polynomů 1 až 10. V žádném z testovaných případů se nepodařilo klasifikátor natrénovat s nulovou trénovací chybou. Pro příznakový vektor délky 5 byla chyba trénování menší pro invarianty D_i , naopak pro vektor délky 10 dávaly lepší výsledky druhé invarianty. Vyšší chyba trénování je způsobena velmi častou záměnou čísel 6, 9 a 7, 9 a 5, 2. Nejmenší trénovací chyby bylo dosaženo pro polynom stupně 4 pro první typ deskriptorů, druhý typ deskriptorů se jevil nejúspěšnější pro polynom stupně 2.

Lepší výsledky při klasifikaci dávají deskriptory D_i (viz. obrázky 4.4, 4.5). Nejvyšší úspěšnost klasifikace je pro první typ deskriptorů pro polynomy stupňů 4 a to 68 %, pro druhý typ deskriptorů pro polynomy stupně 2, úspěšnost 72 %.

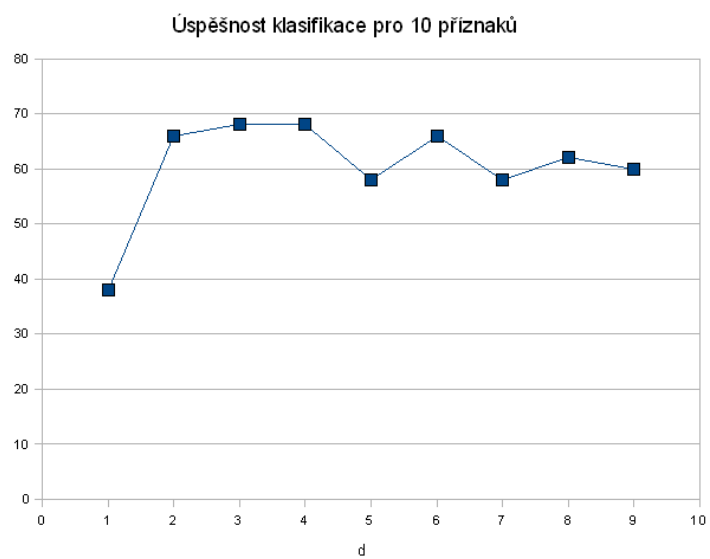
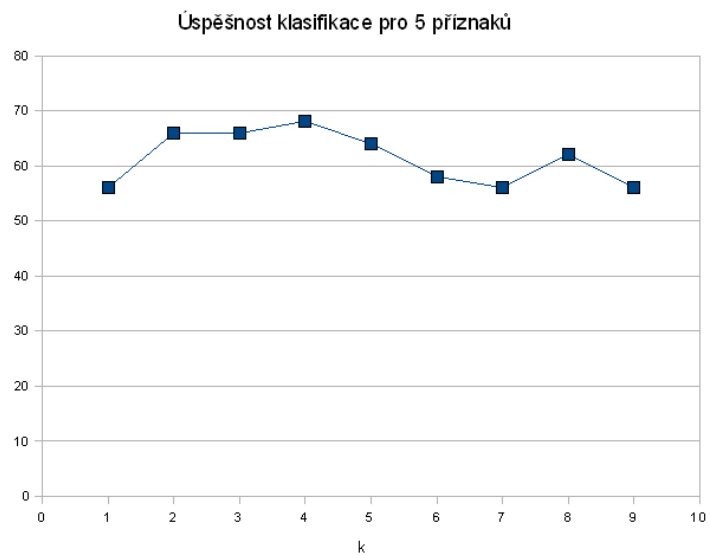
4.4.2 Radial Basis Function

Jádrovou funkci volíme ve tvaru

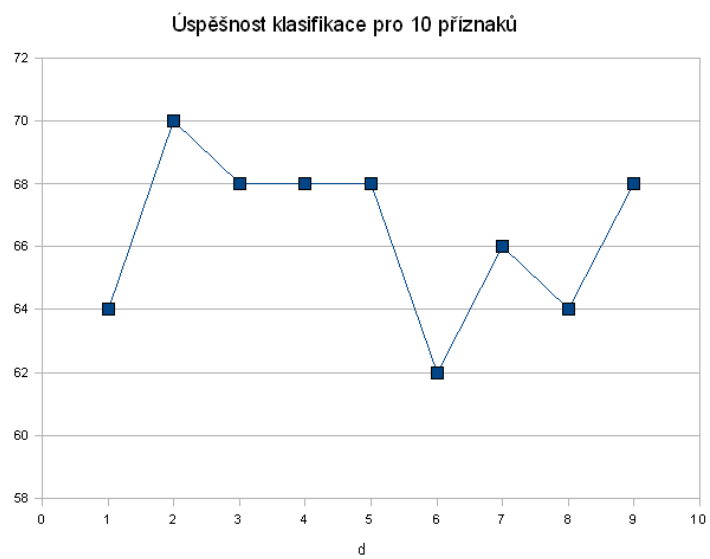
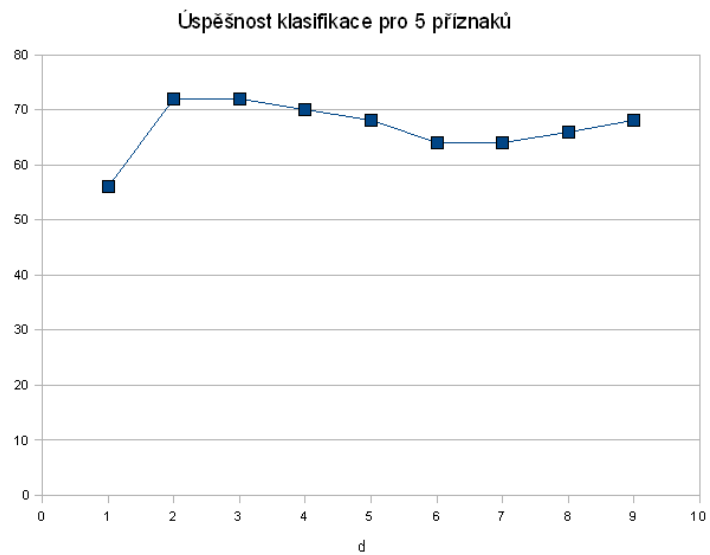
$$k(x, x') = e^{-\frac{\|x-x'\|^2}{2\sigma^2}}. \quad (4.9)$$

Pro hledání nadploch s využitím RBF byly voleny různé hodnoty parametru σ . Správně natrénovat klasifikátor se podařilo pro $\sigma = 0,1$ při použití deskriptorů D_i a pro hodnoty $\sigma = 0,1$ a $\sigma = 0,6$ pro druhý typ deskriptorů.

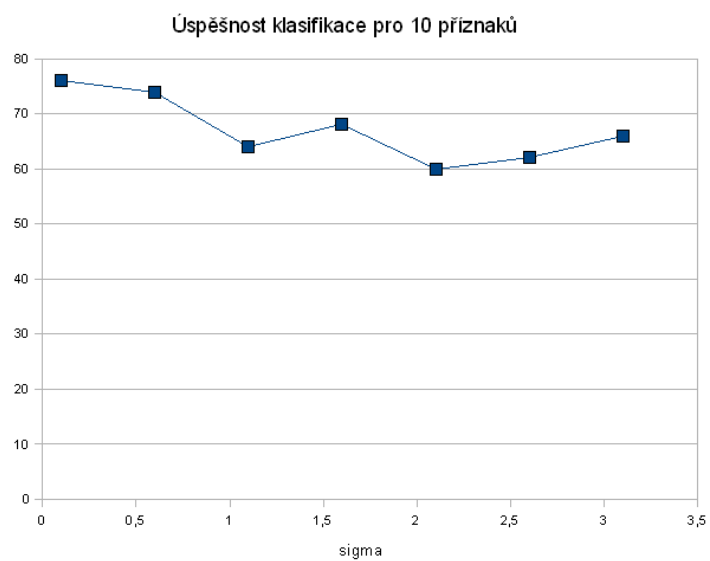
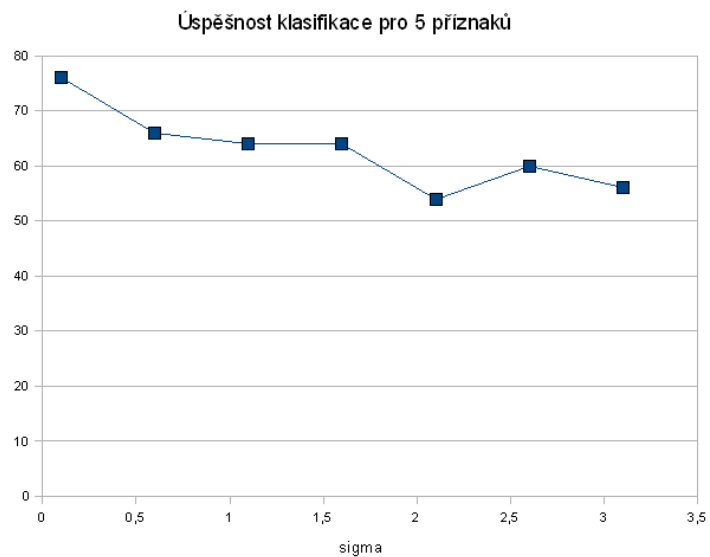
I přes vytvoření klasifikátoru s nulovou trénovací chybou pro některé hodnoty parametru σ , klasifikátor dává úspěšnost jen 76 %. Obecně lepší výsledky dávají deskriptory druhého typu. Deskriptory D_i mají nejúspěšnější klasifikaci pro $\sigma = 0,1$, deskriptory D_i^* pro $\sigma = 1,1$. Úspěšnost klasifikace pro různé hodnoty σ jsou na obrázcích 4.6 a 4.7.



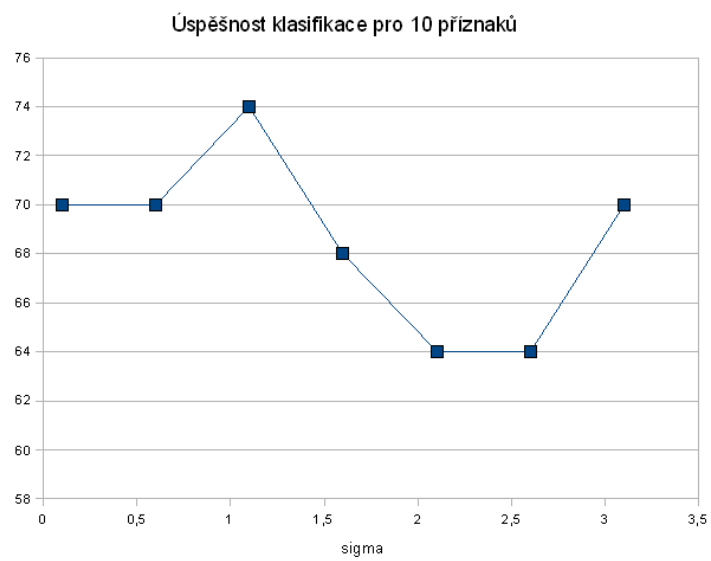
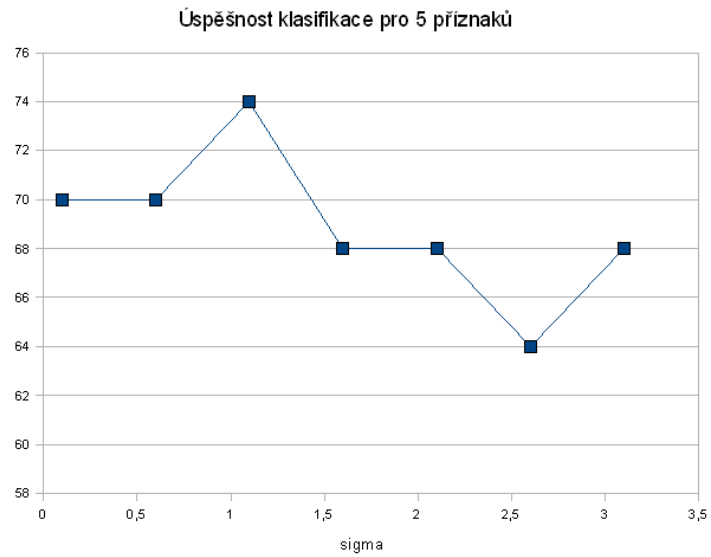
Obrázek 4.4: Úspěšnost klasifikace klasifikátoru s polynomiální funkcí pro různé hodnoty d a 5 a 10 příznaků s invarianty D_i .



Obrázek 4.5: Úspěšnost klasifikace klasifikátoru s polynomiální funkcí pro různé hodnoty d a 5 a 10 příznaků s invarianty D_i^* .



Obrázek 4.6: Úspěšnost klasifikace klasifikátoru s RBF funkcí pro různé hodnoty sigma a 5 a 10 příznaků s invarianty D_i .



Obrázek 4.7: Úspěšnost klasifikace klasifikátoru s RBF funkcí pro různé hodnoty sigma a 5 a 10 příznaků s invarianty D_i^* .

4.5 Zhodnocení výsledků klasifikace

Nejlepší výsledky při klasifikaci dává klasifikátor založený na minimální vzdálenosti a to při použití eukleidovské vzdálenosti. Oba druhy deskriptorů dávají při použití tohoto typu klasifikátoru podobné výsledky. Pro lineární klasifikátor se jeví jako lepší deskriptory prvního typu, stejně tak pro klasifikátor s polynomiální funkcí. Nejlépe pro klasifikaci vyhovují polynomy 2 a 4 stupně. Klasifikátor založený na RBF naopak dává lepší výsledky pro druhý typ deskriptorů. Chyba při trénování klasifikátorů je způsobena neseparabilitou některých skupin číslic a to zejména 6, 9 a 7, 9 a 5, 2. Pokud zhodnotíme celkovou úspěšnost klasifikace s použitím deskriptorů jako příznaků, úspěšnost klasifikace pro arabské číslice na testovaných klasifikátorech nepřekročí 90 %.

Kapitola 5

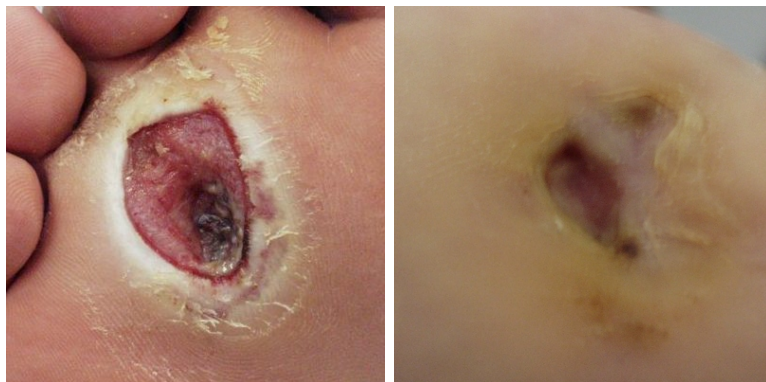
Aplikace na analýzu kožních defektů

Jedním z cílů této práce bylo testovat využití fourierovského popisu ploch, respektive popisu hranice objektů na kožních defektech. Použití těchto popisů předpokládáme na úrovni aproximace hraniční čáry první harmonickou. Tím získáme popis hraniční čáry v podobě elipsy, kterou využíváme pro výpočty velikosti defektů, jejich objemu, plochy, délky obvodové čáry defektu apod. Další využití předpokládáme pro klasifikaci typů defektů podle počátečního tvaru a klasifikaci stupně hojení defektu.

Zkoumané kožní defekty vznikají při diagnóze Diabetes mellitus (cukrovka) na chodidlech nemocného. Čerstvé rány mají jasně červený střed a růžové okolí. Při hojení se objevuje bílý okraj, dno je červené (obrázek 5.1a). Obvod zranění má tvar kruhu, elipsy či jejich deformovaných variant. Úplné zahojení je charakteristické tím, že chybí prstenec a v okolí rány je zrohovatělá pokožka (obrázek 5.1b).

Aby byla hranice defektu dobře vyhodnotitelná, měly by mít snímky půdorysný pohled. Detekce hranice takových defektů není triviální záležitostí, určení hranice proto bylo nahrazeno ručním zadáváním. Metody použitelné pro automatickou detekci hranice podobných snímků jsou popsány v pracích [2] a [3]. V práci [2] je detekce hranice založena na hledání vrstevnic, tedy křivek, které spojují místa se stejnou hodnotou jasů. Práce [3] aplikuje na jasové řezy snímků úpravy histogramu, filtrace a morfologické operace.

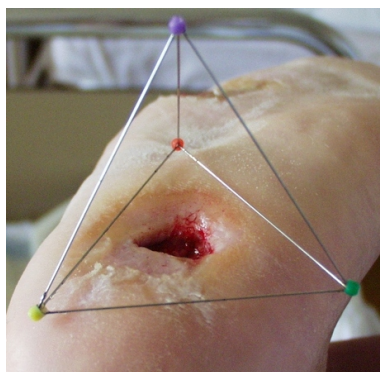
Popisem kožních defektů se také zabývá práce [5], ve které je popsána metodika získávání popisu defektů z digitální fotografie využitím geodetické metody rekonstrukce prostorových souřadnic z dvourozměrných projekcí.



Obrázek 5.1: Kožní defekty na noze

- a) hojící se defekt
- b) téměř zahojený defekt.

Na fotografii je nad defektem položen čtyřstěn se známou délkou strany (viz obrázek 5.2), horní část čtyřstěnu je umístěna nad nejhlubším místem defektu. Ze snímku je zjištěna hranice defektu a nalezeno nejhlubší místo a poté vypočtena plocha rány a její objem. Podobné téma je řešeno i v práci [4].



Obrázek 5.2: Použití čtyřstěnu pro zaměření defektu.

Při použití popisů hranice odvozených z Fourierových koeficientů pro ohodnocení stupně defektů a jejich případnou klasifikaci podle tvarových příznaků je potřeba sledovat vývoj hranice během hojení defektu. V době realizace této práce nebyl k dispozici dostatek vhodných snímků s půdorysným pohledem na ránu. Proto jsem přistoupila k simulaci hojení defektu a následnému testování vlivu simulovaného hojení na FD. Ze snímků hojení, které byly k dispozici, jsem usoudila, že hojení defektu by mohlo

odpovídat morfologické operaci eroze kožního defektu, tj. eroze zdravé tkáně do rány.

5.1 Simulace hojení

Cílem simulace je nalézt vhodný typ strukturního elementu pro erodování defektu zdravou tkání. Protože máme k dispozici snímky získané ve dvou stádiích léčení defektu, budeme zjišťovat, jak přesně operace eroze simuluje hojení. V obou obrázcích určíme hranici defektu (viz obrázek 5.4). Na defekt v prvním obrázku budeme aplikovat několik kroků eroze a budeme sledovat, zda se získaný útvar přibližuje tvaru z druhého obrázku. Operace eroze je prováděna nad binárním obrázkem defektu. Jako ukazatele podobnosti jsem zvolila jednoduché parametry při předpokládaných vlastnostech eroze. Parametry jsou plocha útvaru a jeho obvod získaný z hranice oblasti nalezené v jednotlivých krocích eroze. Obvod byl počítán jako eukleidovská vzdálenost bodů hranice, pro zjištění plochy byla použita lichoběžníková metoda.

Eukleidovská vzdálenost bodů $P(x_1, y_1)$ a $Q(x_2, y_2)$ je dána jako

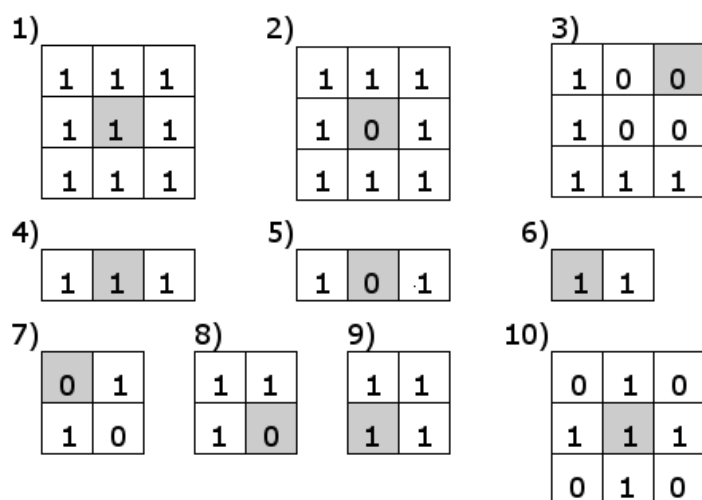
$$D_E(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (5.1)$$

Obvod oblasti je pak určen jako součet všech eukleidovských vzdáleností mezi sousedními body hranice.

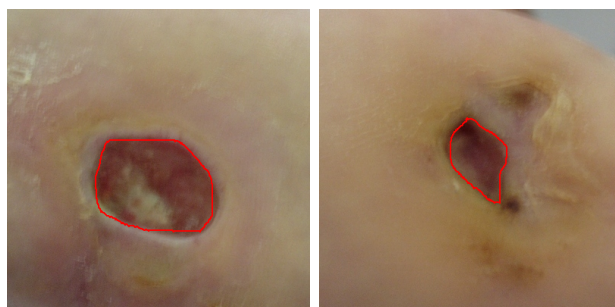
Plochu určíme lichoběžníkovou metodou jako

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{L-1} | (x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i) |. \quad (5.2)$$

Srovnání eroze pro různé strukturní elementy (viz. obrázek 5.3) z hlediska délky hraniční čáry objektu jsou v tabulce 5.1 a z hlediska plochy objektu v tabulce 5.2. V prvním sloupci je typ použitého strukturního elementu, v druhém sloupci tabulky je uveden krok eroze, pro který se parametr útvaru nejvíce blížil parametru skutečného zhojeného útvaru pro daný strukturní element. Poslední sloupec tabulky uvádí rozdíl parametru skutečného zhojeného útvaru a erodovaného defektu, který se nejvíce blížil. Tvary útvarů, které se nejvíce blížily, jsou na obrázcích 5.5 pro obvod a 5.6 pro plochu. Pro skutečný kožní defekt v první fázi hojení byly zjištěny hodnoty $A = 47754$ a $P = 502,19$, pro druhou fázi hojení hodnoty $A = 15990$ a $P = 328,39$.



Obrázek 5.3: Strukturální elementy použité pro simulaci hojení erozí.



Obrázek 5.4: Dvě stádia hojení defektů a určená hranice defektu.



Obrázek 5.5: Zhojený defekt a tři nejpodobnější útvary z hlediska obvodu tedy pro strukturální elementy 6, 9 a 10 (viz. obrázek 5.3)

Na testovaných snímcích volbou vhodného strukturálního elementu bylo možné získat po určitém počtu kroků eroze útvar, který je podobný svojí plochou nebo obvodem skutečnému zhojenému defektu. Nejlépe pro tento

B	Krok eroze	Obvod P	Plocha A	Rozdíl
1	20	324,59	19719	3,80
2	20	324,59	19719,00	3,80
3	22	329,62	19905,00	1,23
4	38	330,94	13701,00	2,55
5	38	330,94	13701,00	2,55
6	77	328,11	13293,00	0,28
7	47	329,52	17278,50	1,13
8	43	330,25	18501,00	1,86
9	39	328,59	20295,00	0,20
10	25	327,68	19650,00	0,71

Tabulka 5.1: Simulace hojení defektů erozí, srovnání podle obvodu pro různé strukturní elementy.

B	Krok eroze	Obvod P	Plocha A	Rozdíl
1	23	298,94	16407,00	417,00
2	23	298,94	16407,00	417,00
3	26	298,55	15838,50	151,50
4	35	348,59	16179,00	189,00
5	35	348,59	16179,00	189,00
6	70	348,59	16179,00	189,00
7	49	312,52	16210,50	220,50
8	48	309,42	15804,00	186,00
9	47	294,11	15879,00	111,00
10	29	300,37	16164,00	174,00

Tabulka 5.2: Simulace hojení defektů erozí, srovnání podle plochy pro různé strukturní elementy.

účel sloužil strukturní element číslo 9. Eroze ve 47. kroku se nejvíce svou plochou přiblížila ploše skutečného kožního defektu, z hlediska obvodu nejvíce vyhovoval krok 39. Toto tvrzení by však bylo potřeba ještě ověřit na větším množství obrázků a také porovnávat jednotlivé kroky se skutečným hojením. Strukturní element typu 9 je nesymetrický, bylo však předpokládáno, že hojení je spíše symetrický proces. Ze symetrických vychází nejlépe element typu 10. Problémem může být úhel nasvícení snímku, způsob fotografování či samotný postup hojení.



Obrázek 5.6: Zhojený defekt a tři nejpodobnější útvary z hlediska plochy tedy pro strukturní elementy 3, 9 a 10 (viz. obrázek 5.3)

5.2 Vliv eroze na FD

Pro účely případné klasifikace defektů nebo hodnocení stupně hojení defektu byl testován vliv operace eroze defektu, tedy aproximace hojení, na FD. Testování bylo provedeno pro strukturní element číslo 9, jehož použití "nejlépe" simuluje proces hojení. Z pozorování změny plochy defektů v různých krocích eroze (viz tabulka 5.3) vyplývá, že by se hojení defektu mohlo projevovat jako změna měřítka. Byly proto určeny hodnoty deskriptorů pro jednotlivá stádia eroze objektu. Hodnoty deskriptorů D_i jsou v tabulce 5.4. Je vidět, že pro zmenšující se defekt se hodnoty některých deskriptorů mění, jiné naopak zůstávají téměř stejné. Většina deskriptorů, které se mění má rostoucí tendenci při zmenšování objektu. Pro deskriptory D_i^* jsou výsledky v tabulce 5.5. Chování je podobné jako u deskriptorů prvního typu. Domněnka, že by se hojení mohlo projevovat jako změna měřítka objektu, se nepotvrdila. Hojením defektu dochází ke změně tvaru defektu a tedy i změně FD, po 50 krocích eroze se hodnoty některých deskriptorů zdvojnásobí. Z tohoto jednoduchého testu lze usuzovat, že by se FD daly využít pro určení stupně zhojeného defektu.

Krok eroze	Strukturní element				
	5	6	7	8	9
10	38520,00	43134,00	40597,50	40161,00	39786,00
20	29358,00	38520,00	33679,50	32964,00	32472,00
30	20452,50	33930,00	27157,50	26274,00	25782,00
40	12084,00	29358,00	21174,00	20202,00	19719,00
50	4629,00	24849,00	15685,50	14772,00	14340,00

Tabulka 5.3: Změna plochy defektu při různých krocích eroze pro vybrané strukturní elementy.

	Krok eroze					
D_i	0	10	20	30	40	50
1	0,04637	0,04690	0,05381	0,06237	0,07329	0,08840
2	0,07574	0,07124	0,07053	0,07097	0,07279	0,07775
3	0,01821	0,02087	0,02440	0,02805	0,03122	0,03194
4	0,03708	0,03679	0,03421	0,03145	0,02923	0,02970
5	0,01591	0,01608	0,01811	0,02010	0,02026	0,01808
6	0,01315	0,01317	0,01273	0,01086	0,00857	0,00899
7	0,00824	0,00701	0,00485	0,00471	0,00857	0,01179
8	0,00891	0,00930	0,01080	0,01184	0,01100	0,00899
9	0,00696	0,00547	0,00344	0,00412	0,00594	0,00655
10	0,00325	0,00377	0,00484	0,00583	0,00714	0,00880

Tabulka 5.4: Hodnoty deskriptorů D_i pro různé kroky eroze.

	Krok eroze					
D_i	0	10	20	30	40	50
1	0,05730	0,06016	0,06896	0,07969	0,09317	0,11183
2	0,09891	0,09446	0,09524	0,09847	0,10436	0,11517
3	0,02569	0,02992	0,03545	0,04108	0,04580	0,04698
4	0,04325	0,04155	0,03930	0,03778	0,03627	0,03724
5	0,01964	0,02064	0,02417	0,02758	0,02843	0,02664
6	0,01882	0,01879	0,01810	0,01549	0,01220	0,01146
7	0,01158	0,00968	0,00649	0,00708	0,01272	0,01647
8	0,01167	0,01160	0,01364	0,01535	0,01423	0,01102
9	0,01008	0,00826	0,00522	0,00529	0,00785	0,00795
10	0,00471	0,00506	0,00570	0,00519	0,00765	0,01158

Tabulka 5.5: Hodnoty deskriptorů D_i^* pro různé kroky eroze.

5.3 Metodika hodnocení plochy defektu

Myšlenka spočívá v proložení defektu elipsou získanou při rekonstrukci hranice z Fourierových koeficientů a jejím využití pro hodnocení defektů. Bylo proto zjišťováno, jak plocha a obvod elipsy souvisí s plochou a obvodem defektu. Hodnoty byly porovnávány pro různá stádia hojení defektu. Pro simulaci kroků hojení byla opět použita eroze se struktním elementem číslo 9, jehož použití se pro testovaný defekt jeví jako nepřesnější. Hodnoty obvodu P a plochy A jsou uvedené v tabulce 5.6. Ze získaných hodnot vyplývá, že

plocha proložené elipsy je ploše defektu "blízko". Tedy by se pro hodnocení plochy defektu a následné vyhodnocení stádia hojení dalo místo celé hraniční čáry použít jen koeficienty, které určují tvar elipsy.

Krok eroze	Defekt		Elipsa	
	Obvod P	Plocha A	Obvod P	Plocha A
0	502,19	47754	490,7	47674,5
5	447,08	39786	447,33	39640,5
10	427,08	36051	429,18	35893,5
15	406,25	32472	403,66	32341,5
20	386,25	29052	382,11	28947
25	366,25	25782	358,62	25642,5
30	345,42	22665	337,42	22555,5
35	324,59	19719	317,34	19629
40	467,08	43671	467,99	43485

Tabulka 5.6: Srovnání plochy a obvodu defektu s plochou a obvodem proložené elipsy.

Kapitola 6

Zhodnocení výsledků

Pro objekt byla nalezena hraniční čára metodou postupného prohledávání. Hranice byla převedena na souřadnicové křivky, na něž byl aplikován rozvoj do Fourierovy řady. Koeficienty získané z Fourierovy řady slouží k zakódování hraniční čáry, protože k jejich uložení potřebujeme méně paměti než pro uložení celé hraniční čáry. Z koeficientů můžeme zpětnou transformací získat aproximaci původní hraniční čáry. Tato aproximace je již pro malý počet koeficientů velice přesná.

Posunutím, změnou měřítka a otočením objektu dochází ke změně koeficientů Fourierovy řady. Tyto změny byly vyjádřeny matematickými vztahy a výsledky srovnány s hodnotami získanými na skutečných objektech. Vlivem diskretizace se mezi hodnotami vyskytují odchylky.

Koeficienty Fourierovy řady byly upraveny, aby byl popis hranice invariantní vůči uvedeným transformacím. Získané Fourierovské deskriptory byly použity jako příznaky objektů a bylo testováno jak jsou vhodné pro různé typy klasifikátorů. Testování bylo prováděno pro klasifikátor založený na minimální vzdálenosti, lineární klasifikátor, klasifikátor s polynomiální rozdělovací funkcí a s RBF rozdělovací funkcí. Klasifikátor byl testován na souboru arabských číslic metodou křížové validace. Trénováním klasifikátorů s využitím různých rozdělovacích funkcí bylo zjištěno, že příznaky získané z Fourierovských koeficientů jsou pro testovaná data separabilní pouze při použití RBF jako rozdělovací nadplochy. Jako nejlepší klasifikátor se z testovaných jeví klasifikátor založený na minimální vzdálenosti používající eukleidovskou metriku. Úspěšnost klasifikace pro žádný z testovaných klasifikátorů nepřekročila 90 %.

Práce se dále zabývala aplikací Fourierovského popisu ploch pro hodnocení

defektů pomocí parametrů velikosti a možným využitím pro klasifikaci defektů podle typu a klasifikaci stupně hojení.

Protože plocha a obvod elipsy, získané aproximací hraniční čáry první harmonickou, jsou závislé na ploše a obvodu defektu, pro použití popisů lze využít pouze koeficienty určující elipsu.

V době realizace diplomové práce nebyl k dispozici dostatečný počet snímků různých defektů na určitém stupni hojení, hojení tedy bylo simulováno erozí. Na testovaném defektu bylo zjištěno, že hojení je možno simulovat morfologickými operacemi, pokud se zvolí vhodný strukturní element. Tato simulace hojení byla použita pro testování vlivu hojení na FD.

Získaný popis z Fourierovských koeficientů by se dal využít pro klasifikaci stupně hojení defektu za předpokladu, že se hojením mění tvar defektu. Byl proto testován vliv eroze na FD. Erodivání objektu neodpovídá změně měřítka jak se na první pohled jevílo, deskriptory se pro jednotlivé kroky eroze liší. FD by se daly tedy využít jako příznaky pro třídu hojeného defektu.

V rámci práce byl vytvořen program v jazyce C#, který umožňuje automatické vyhledávání hranice v binárním obrázku, výpočet Fourierovských koeficientů a následný výpočet Fourierovských deskriptorů. Z koeficientů je v programu možno rekonstruovat původní hranici či využít deskriptory pro klasifikaci objektů. Lze také simulovat hojení pomocí eroze či sledovat vztah obvodu a plochy objektu vzhledem k obvodu a ploše proložené elipsy.

Kapitola 7

Závěr

Motivací diplomové práce bylo testování využití fourierovského popisu ploch pro klasifikaci objektů, robustnosti popisu a invariantnosti vůči posunutí, natočení a změně měřítka objektu. Pro účely testování byla nalezena hranice objektu, na kterou byl aplikován rozvoj do Fourierovy řady. Ze získaných koeficientů byly vypočteny invariantní Fourierovy deskriptory. Deskriptory byly testovány jako příznaky objektů využitelné pro klasifikaci. Bylo zjištěno, že fourierovské deskriptory jsou schopné mezi objekty rozlišit.

Součástí práce bylo zkoumání využití fourierovských popisů pro popis hranice defektů a jeho využití pro aproximaci výpočtů základních parametrů defektů (objem, plocha, obvod). Dále byl zjišťován vliv hojení na fourierovské deskriptory a možnosti využití klasifikace defektů a stupně hojení. V době realizace diplomové práce nebyl k dispozici dostatek serií snímků, hojení tedy bylo simulováno erozí. Na takto omezeném experimentu bylo zjištěno, že hojením se mění tvar defektu. FD by se tedy daly využít pro klasifikaci stupně hojení a tvarovou klasifikaci defektu.

Pro zjišťování uvedených výsledků byl vytvořen program v jazyce C#.

Literatura

- [1] *Kufner, P., Kadlec, J.: Fourierovy řady*, ACADEMICA nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1969.
- [2] *Jandoš, F.: Analýza snímků defektů, detekce hran a nalezení a popis obvodové čáry defektu*, Diplomová práce, ZČU 2004.
- [3] *Tůma, J.: Analýza snímků kožních defektů a nalezení hranice defektu* Diplomová práce, ZČU 2006
- [4] *Růžička, J., Nový, P., Vávra, F., Čechurová, D.: Pyramid projection. A new method of defect volume measurement?*, Medical Faculty, Charles University in Pilsen, Faculty of Applied sciences, University of West Bohemia, Pilsen 2003.
- [5] *Nový, P., Vávra, F.: Metodika měření a rekonstrukce parametrů defektu z digitální fotografie* Katedra informatiky a výpočetní techniky, ZČU Plzeň 2005.
- [6] *Alkhodre, N., Belarbi, M., Lyon I.: Shape Description via Fourier Analysis* ERASMUS Intensive Program Pavie 2001.
- [7] *Materiály k předmětu Digital Image Processing, The University of Iowa* <http://www.icaen.uiowa.edu/dip/LECTURE/Shape2.html>.
- [8] *Přednášky z předmětu KIV/AOS vyučovaného na ZČU v akademickém roce 2006/2007, Plzeň.*
- [9] *Přednášky a cvičení z předmětu Rozpoznávání vzorů vyučovaného na Karlově univerzitě, Praha*
- [10] *Nixon, M. S., Aguado, A. S: Feature Extraction and Image Processing*, Oxford 2002.

Příloha A

Uživatelská dokumentace

Program byl vytvořen v programovacím jazyce C# a vývojovém prostředí Microsoft Visual Studio 2005. Pro spuštění je nutné mít nainstalovaný .NET Framework 2.0.

Program umožňuje tyto akce:

- nalezení hranice objektu a výpočet FD
- rekonstrukci hranice z koeficientů Fourierovy řady
- klasifikace objektů
- simulace hojení erozí a aproximace defektu elipsou

Nalezení hranice objektu a výpočet FD

Nejprve je nutné vybrat obrázek ke zpracování. Dalším krokem je detekce hranice objektu na obrázku. Detekci lze provést automaticky, pokud tento přístup selže, je uživatel informován a hranice musí být určena ručně. Hranice se v takovém případě zadává myší, před započítáním kreslení je nutné zatrhnout políčko **určit hranici ručně**. Pokud není nakreslená křivka uzavřená, jsou chybějící body přidány. Body detekované hranice je možno zapsat do souboru, který bude pojmenován jako název obrázku a suffix hranice.txt. Program vypisuje informace o počtu bodů hranice, obvodu a ploše oblasti, kterou body hranice ohraničují. Pokud je určena hranice, lze přistoupit k výpočtu fourierových koeficientů a následně fourierových deskriptorů. Zvolíme počet harmonických, pro které chceme výpočet provést, vybereme, zda chceme všechny vypočítané údaje ukládat do souboru, zda chceme zobrazit těžiště křivky a stiskneme tlačítko **Vypočítej**. Zobrazí se nové okno, v němž jsou vykresleny souřadnicové křivky a hodnoty koeficientů, invariantů vůči měřítku a deskriptorů.

Rekonstrukce hranice z koeficientů Fourierovy řady

Pro rekonstrukci hranice je nutné nejprve vypočítat koeficienty způsobem popsaným v předchozím odstavci. Poté můžeme posuvníkem určovat kroky rekonstrukce a sledovat vývoj rekonstruované hranice jednak v obrázku a pak jako souřadnicové křivky. Program vypisuje informace o obvodu a ploše, kterou rekonstruovaná hranice udává a také vzdálenost bodů v pixelech od původní hraniční čáry.

Klasifikace objektů

Pro klasifikaci objektů můžeme volit z několika typů klasifikátorů. Podle typu klasifikátoru lze nastavit jeho parametry. Dalším krokem je trénování klasifikátoru, které provedeme výběrem složky s obrázky. Zvolíme délku příznakového vektoru, druh deskriptorů, který chceme použít a stiskneme tlačítko **Trénuj klasifikátor**. Postup trénování je graficky zobrazován, trénování může při větším množství dat trvat delší dobu. Po natrénování klasifikátoru můžeme přistoupit k samotné klasifikaci. Vybrat lze buď složku s daty nebo jeden soubor s obrázkem. Při výběru složky jsou procházeny všechny obrázky ve složce, jsou klasifikovány a výsledky zapisovány do souboru. Při výběru jediného obrázku jsou výsledky vypisovány rovnou do okna. V případě klasifikátoru na minimální vzdálenosti jsou navíc uváděny vzdálenosti ke všem ostatním natrénovaným příznakovým vektorům.

Simulace hojení erozí

Prvním krokem je otevření obrázku. Na obrázku můžeme simulovat hojení erozí, zvolit si můžeme strukturní element, který pro simulaci použijeme. Pokud je otevřený obrázek binární, probíhá eroze automaticky. V případě obrázku s kožním defektem je nutné nejprve zatrhnout políčko **určit hranici ručně** a hranici v obrázku obkreslit myší. Eroze je poté aplikována na plochu, kterou hranice vytyčuje.

Aproximace defektu elipsou

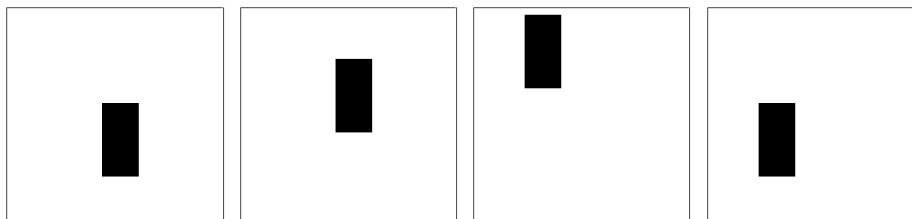
Pro aproximaci defektu elipsou nejprve otevřeme obrázek s defektem, určíme hranici a dáme vypočítat koeficienty. Program zobrazí elipsu získanou z první harmonické a pak vypíše informace o obvodu a ploše defektu a elipsy a rozdíly těchto hodnot.

Příloha B

Fourierovské koeficienty

Obdélník 1:2

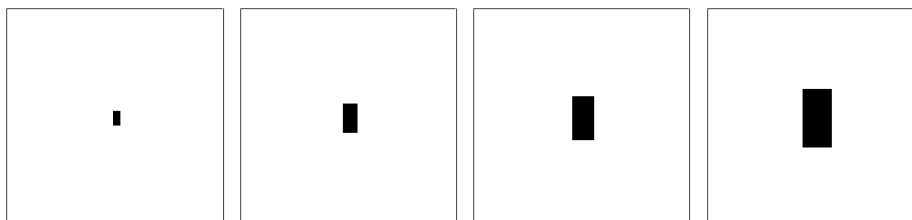
Posun



	Obdélník 1:2 pozice (130, 130)				Obdélník 1:2 pozice (130, 70)			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	309	359	0	0	309	239	0	0
1	-14,26	-45,71	-26,175	24,902	-14,26	-45,71	-26,175	24,902
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-6,648	-0,005	-0,494	0,07	-6,648	-0,005	-0,494	0,07
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,746	-1,641	0,986	-1,241	-0,746	-1,641	0,986	-1,241
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-0,201	-1,011	-0,551	0,369	-0,201	-1,011	-0,551	0,369
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,724	-0,005	-0,164	0,023	-0,724	-0,005	-0,164	0,023

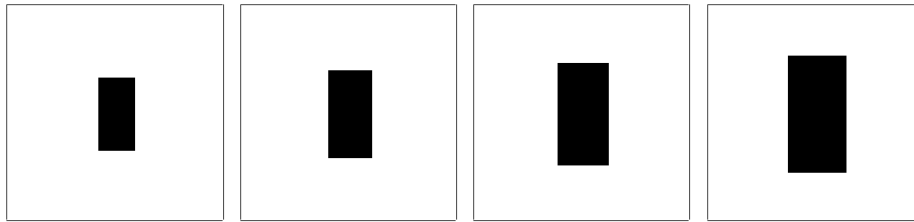
	Obdélník 1:2 pozice (70, 10)				Obdélník 1:2 pozice (70, 130)			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	189	119	0	0	189	359	0	0
1	-14,26	-45,71	-26,175	24,902	-14,26	-45,71	-26,175	24,902
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-6,648	-0,005	-0,494	0,07	-6,648	-0,005	-0,494	0,07
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,746	-1,641	0,986	-1,241	-0,746	-1,641	0,986	-1,241
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-0,201	-1,011	-0,551	0,369	-0,201	-1,011	-0,551	0,369
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,724	-0,005	-0,164	0,023	-0,724	-0,005	-0,164	0,023

Změna měřítka



	Obdélník 1:2 rozměr 25 x 50				Obdélník 1:2 rozměr 50 x 100			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299	299	0	0	299	299	0	0
1	-2,102	-9,185	-5,076	3,804	-5,141	-18,336	-10,366	9,093
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-1,174	-0,027	-0,486	0,065	-2,569	-0,013	-0,493	0,069
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,249	-0,145	0,103	-0,351	-0,379	-0,532	0,34	-0,593
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,035	-0,208	-0,086	-0,086	-0,017	-0,433	-0,215	0,035
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,057	-0,023	-0,139	0,009	-0,248	-0,012	-0,158	0,02

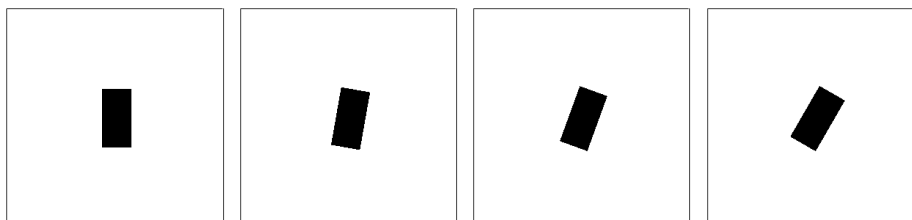
	Obdélník 1:2 rozměr 75 x 150				Obdélník 1:2 rozměr 100 x 200			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299	299	0	0	299	299	0	0
1	-8,181	-27,465	-15,639	14,366	-11,22	-36,588	-20,908	19,635
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-3,935	-0,008	-0,494	0,07	-5,293	-0,006	-0,494	0,07
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,502	-0,905	0,559	-0,813	-0,624	-1,274	0,773	-1,028
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-0,077	-0,63	-0,33	0,149	-0,139	-0,822	-0,441	0,259
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,412	-0,008	-0,162	0,022	-0,569	-0,006	-0,163	0,022



	Obdélník 1:2 rozměr 125 x 250				Obdélník 1:2 rozměr 150 x 300			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299	299	0	0	299	299	0	0
1	-14,26	-45,71	-26,175	24,902	-17,299	-54,831	-31,442	30,169
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-6,648	-0,005	-0,494	0,07	-8,001	-0,004	-0,494	0,07
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,746	-1,641	0,986	-1,241	-0,868	-2,008	1,199	-1,453
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-0,201	-1,011	-0,551	0,369	-0,263	-1,199	-0,66	0,478
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,724	-0,005	-0,164	0,023	-0,876	-0,004	-0,164	0,023

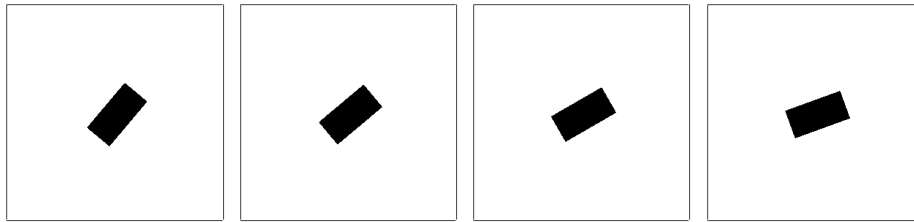
	Obdélník 1:2 rozměr 175 x 350				Obdélník 1:2 rozměr 200 x 400			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299	299	0	0	299	299	0	0
1	-20,339	-63,951	-36,708	35,434	-23,379	-73,071	-41,973	40,7
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-9,354	-0,003	-0,494	0,07	-10,707	-0,003	-0,495	0,07
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,989	-2,374	1,41	-1,665	-1,111	-2,739	1,622	-1,876
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-0,325	-1,387	-0,768	0,586	-0,387	-1,574	-0,876	0,695
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-1,028	-0,003	-0,164	0,023	-1,18	-0,003	-0,164	0,023

Otočení



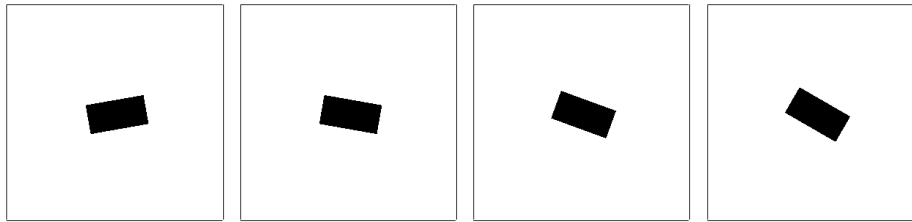
i	Obdélník 1:2 otočení 0°				Obdélník 1:2 otočení 10°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299	299	0	0	299,8	300,329	0	0
1	-11,22	-36,588	-20,908	19,635	-4,413	-37,951	-24,103	15,416
2	0	0	0	0	-0,086	-0,079	0,086	0,119
3	-5,293	-0,006	-0,494	0,07	-5,167	-0,922	-0,734	0,037
4	0	0	0	0	0,025	0,03	0,059	0,07
5	-0,624	-1,274	0,773	-1,028	-0,424	-1,311	0,884	-0,908
6	0	0	0	0	0,005	0,006	0	0
7	-0,139	-0,822	-0,441	0,259	0,045	-0,856	-0,511	0,148
8	0	0	0	0	-0,033	-0,025	0,013	0,024
9	-0,569	-0,006	-0,163	0,022	-0,542	-0,105	-0,239	0,012

i	Obdélník 1:2 otočení 20°				Obdélník 1:2 otočení 30°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,063	300,036	0	0	300,078	300,019	0	0
1	1,94	-38,386	-26,275	11,098	8,716	-37,367	-27,944	6,291
2	-0,01	0,016	0,021	-0,022	-0,02	0,006	0,023	-0,012
3	-4,985	-1,815	-0,443	-0,096	-4,55	-2,639	-0,587	-0,179
4	0,008	-0,002	0,011	-0,008	0,002	0	0,014	0
5	-0,152	-1,377	1,103	-0,742	0,067	-1,368	1,154	-0,553
6	0,002	0,005	0	0,002	-0,003	0,014	-0,002	-0,002
7	0,144	-0,834	-0,491	0,058	0,337	-0,797	-0,509	-0,041
8	-0,001	0,007	0,005	-0,005	0,013	0,005	-0,004	-0,018
9	-0,542	-0,199	-0,148	-0,03	-0,486	-0,296	-0,172	-0,056



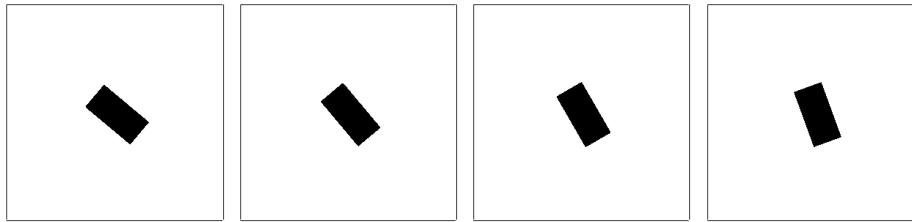
Obdélník 1:2 otočení 40°					Obdélník 1:2 otočení 50°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299,955	300,486	0	0	300,486	299,955	0	0
1	14,459	-35,361	-28,924	2,108	20,185	-32,225	-29,11	-2,686
2	0,123	-0,013	-0,19	0,007	0	0,112	0,015	-0,197
3	-4,054	-3,41	-0,219	-0,051	-3,405	-4,059	-0,184	-0,062
4	-0,06	-0,005	-0,097	0,015	0,015	-0,044	0,004	-0,105
5	0,457	-1,361	1,22	-0,195	0,719	-1,301	1,172	0,064
6	0,017	0,008	-0,023	0,01	0,009	0,013	-0,008	0,025
7	0,361	-0,735	-0,533	-0,022	0,448	-0,641	-0,584	-0,058
8	0,038	0,005	-0,02	-0,003	0,001	0,006	-0,006	-0,042
9	-0,443	-0,382	-0,064	-0,023	-0,378	-0,447	-0,056	-0,028

Obdélník 1:2 otočení 60°					Obdélník 1:2 otočení 70°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,019	300,078	0	0	300,036	300,063	0	0
1	25,02	-28,347	-28,457	-7,3	30,325	-23,039	-26,02	-12,781
2	0,008	-0,012	-0,01	0,028	0,013	-0,015	-0,024	0,018
3	-2,644	-4,585	-0,064	0,165	-1,805	-4,988	-0,212	-0,404
4	0	0,01	0	0,01	-0,004	0,002	-0,008	0,014
5	1,01	-1,1	1,076	0,354	1,049	-1,035	1,16	0,411
6	0,013	-0,003	0,005	0,001	0,006	0,002	0	0,001
7	0,506	-0,604	-0,617	-0,093	0,699	-0,412	-0,458	-0,303
8	0,016	0	-0,01	-0,014	0,004	-0,005	-0,007	0,002
9	-0,3	-0,515	-0,027	0,033	-0,189	-0,546	-0,07	-0,134



i	Obdélník 1:2 otočení 80°				Obdélník 1:2 otočení 100°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,329	299,8	0	0	300,329	300,225	0	0
1	32,326	-18,667	-25,158	-15,873	-32,665	-18,455	-24,716	16,135
2	-0,063	-0,032	0,128	0,118	-0,067	0,049	-0,126	0,101
3	-0,922	-5,167	-0,037	0,734	0,919	-5,181	-0,075	-0,511
4	0,045	0,038	0,061	0,051	0,042	-0,035	-0,063	0,044
5	1,442	-0,553	0,681	0,81	-1,392	-0,591	0,777	-0,771
6	0,006	0,005	0	0	0,006	0	-0,001	0
7	0,556	-0,465	-0,667	-0,216	-0,617	-0,435	-0,611	0,256
8	-0,009	0,004	0,034	0,035	-0,012	0,006	-0,032	0,027
9	-0,105	-0,542	-0,012	0,239	0,102	-0,554	-0,025	-0,168

i	Obdélník 1:2 otočení 110°				Obdélník 1:2 otočení 120°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,036	300,036	0	0	300,039	300,019	0	0
1	-28,804	-23,739	-27,694	11,441	-25,019	-28,34	-28,461	7,304
2	0,011	-0,007	0,025	-0,026	0,019	-0,005	0,025	-0,012
3	1,815	-4,981	0,096	-0,429	2,654	-4,586	-0,066	-0,16
4	-0,006	-0,008	0,006	0,004	-0,003	0	0,013	0
5	-1,332	-0,899	0,821	-0,68	-0,998	-1,096	1,086	-0,355
6	0,005	-0,004	0,002	-0,004	0,005	-0,013	-0,002	-0,005
7	-0,468	-0,495	-0,693	0,125	-0,508	-0,576	-0,598	0,133
8	0	-0,004	0,009	0,008	0,015	0	0,009	0,019
9	0,199	-0,546	0,03	-0,137	0,284	-0,492	-0,016	-0,069

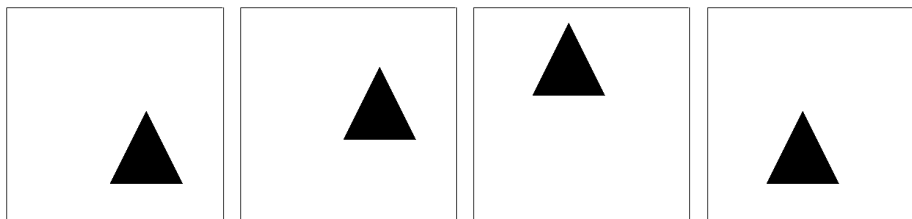


Obdélník 1:2 otočení 130°					Obdélník 1:2 otočení 140°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,033	300	0	0	300	300,033	0	0
1	-19,413	-32,354	-29,409	1,963	-14,476	-35,176	-29,001	-2,108
2	0,012	0	0,021	0	0	0,011	0	0,021
3	3,407	-4,039	0,049	-0,344	4,039	-3,407	-0,344	0,049
4	0,003	0	0,008	0	0	-0,009	0	0,001
5	-0,849	-1,215	1,095	-0,216	-0,42	-1,373	1,161	0,187
6	0,009	0	0,017	0	0	0,009	0	-0,017
7	-0,363	-0,724	-0,649	-0,032	-0,39	-0,743	-0,611	0,009
8	-0,014	0	0,021	0	0	0,025	0	-0,002
9	0,381	-0,422	0,015	-0,096	0,422	-0,381	-0,096	0,015

Obdélník 1:2 otočení 150°					Obdélník 1:2 otočení 160°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,019	300,039	0	0	300,036	300,036	0	0
1	-6,971	-36,91	-28,424	-8,577	-0,471	-37,696	-26,348	-13,252
2	-0,007	0,01	-0,011	0,03	-0,017	0,013	-0,021	0,024
3	4,581	-2,637	0,263	-0,311	4,982	-1,805	0,418	-0,212
4	0	-0,01	0	0,008	-0,002	-0,004	0,009	0,008
5	-0,41	-1,472	1,076	0,096	-0,178	-1,53	1,113	0,328
6	-0,014	0,004	0,002	0,003	-0,005	0,006	0,002	0
7	-0,047	-0,724	-0,589	-0,302	0,061	-0,747	-0,507	-0,376
8	0,013	-0,003	0,014	0,017	0,008	0,004	0,004	0,007
9	0,492	-0,268	0,067	-0,094	0,544	-0,189	0,146	-0,07

Trojúhelník

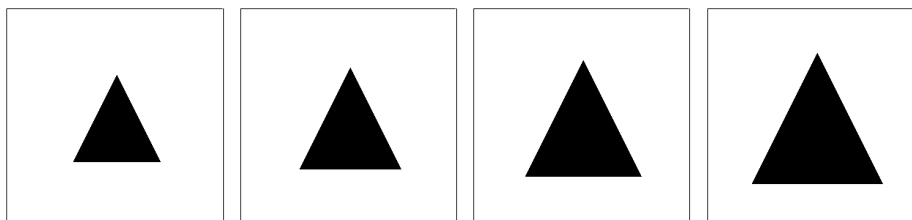
Posun



	Trojúhelník pozice (130, 130)				Trojúhelník pozice (130, 70)			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	379,666	412,666	0	0	379,666	292,666	0	0
1	0,689	-44,674	-38,691	-0,954	0,689	-44,674	-38,691	-0,954
2	-0,344	-11,162	9,669	-0,477	-0,344	-11,162	9,669	-0,477
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,172	-2,784	-2,414	-0,238	0,172	-2,784	-2,414	-0,238
5	-0,137	-1,778	1,543	-0,19	-0,137	-1,778	1,543	-0,19
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,098	-0,903	-0,785	-0,136	0,098	-0,903	-0,785	-0,136
8	-0,086	-0,689	0,6	-0,119	-0,086	-0,689	0,6	-0,119
9	0	0	0	0	0	0	0	0

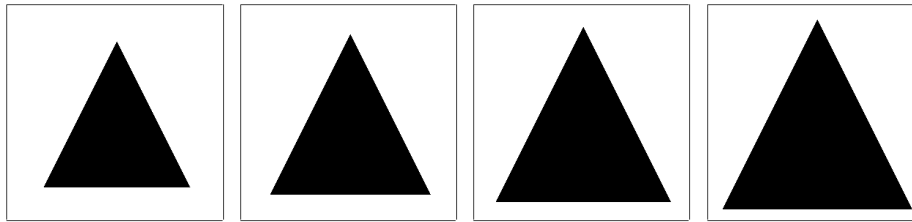
	Trojúhelník pozice (70, 10)				Trojúhelník pozice (70, 130)			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	259,666	172,666	0	0	259,666	412,666	0	0
1	0,689	-44,674	-38,691	-0,954	0,689	-44,674	-38,691	-0,954
2	-0,344	-11,162	9,669	-0,477	-0,344	-11,162	9,669	-0,477
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,172	-2,784	-2,414	-0,238	0,172	-2,784	-2,414	-0,238
5	-0,137	-1,778	1,543	-0,19	-0,137	-1,778	1,543	-0,19
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,098	-0,903	-0,785	-0,136	0,098	-0,903	-0,785	-0,136
8	-0,086	-0,689	0,6	-0,119	-0,086	-0,689	0,6	-0,119
9	0	0	0	0	0	0	0	0

Změna měřítka



i	Trojúhelník rozměr 25 x 25				Trojúhelník rozměr 50 x 50			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299,666	339,333	0	0	299,666	346	0	0
1	0,689	-53,794	-46,589	-0,954	0,689	-62,914	-54,487	-0,954
2	-0,344	-13,443	11,644	-0,477	-0,344	-15,724	13,619	-0,477
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,172	-3,355	-2,908	-0,238	0,172	-3,926	-3,402	-0,238
5	-0,137	-2,145	1,86	-0,19	-0,137	-2,51	2,176	-0,19
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,098	-1,09	-0,947	-0,136	0,098	-1,278	-1,108	-0,136
8	-0,086	-0,833	0,724	-0,119	-0,086	-0,977	0,848	-0,119
9	0	0	0	0	0	0	0	0

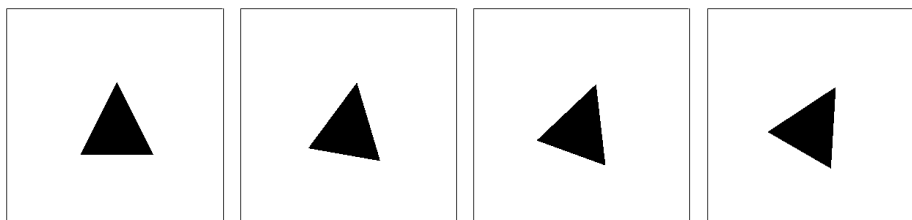
i	Trojúhelník rozměr 75 x 75				Trojúhelník rozměr 100 x 100			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299,666	352,666	0	0	299,666	359,333	0	0
1	0,689	-72,034	-62,385	-0,954	0,689	-81,153	-70,282	-0,954
2	-0,344	-18,004	15,594	-0,477	-0,344	-20,284	17,568	-0,477
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,172	-4,497	-3,896	-0,238	0,172	-5,067	-4,39	-0,238
5	-0,137	-2,876	2,492	-0,19	-0,137	-3,241	2,808	-0,19
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,098	-1,464	-1,27	-0,136	0,098	-1,651	-1,431	-0,136
8	-0,086	-1,12	0,972	-0,119	-0,086	-1,263	1,095	-0,119
9	0	0	0	0	0	0	0	0



	Trojúhelník rozměr 125 x 125				Trojúhelník rozměr 150 x 150			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299,666	366	0	0	299,666	372,666	0	0
1	0,689	-90,272	-78,18	-0,954	0,689	-99,392	-86,077	-0,954
2	-0,344	-22,565	19,543	-0,477	-0,344	-24,845	21,517	-0,477
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,172	-5,638	-4,884	-0,238	0,172	-6,208	-5,377	-0,238
5	-0,137	-3,606	3,125	-0,19	-0,137	-3,972	3,441	-0,19
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,098	-1,838	-1,593	-0,136	0,098	-2,024	-1,754	-0,136
8	-0,086	-1,406	1,219	-0,119	-0,086	-1,549	1,343	-0,119
9	0	0	0	0	0	0	0	0

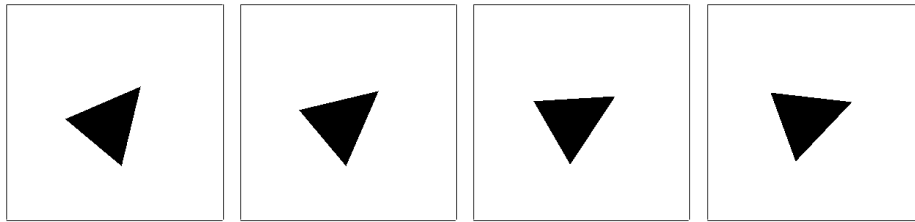
	Trojúhelník rozměr 175 x 175				Trojúhelník rozměr 200 x 200			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299,666	379,333	0	0	299,666	386	0	0
1	0,689	-108,511	-93,974	-0,954	0,689	-117,63	-101,872	-0,954
2	-0,344	-27,125	23,492	-0,477	-0,344	-29,405	25,466	-0,477
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,172	-6,778	-5,871	-0,238	0,172	-7,348	-6,365	-0,238
5	-0,137	-4,337	3,757	-0,19	-0,137	-4,702	4,073	-0,19
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,098	-2,211	-1,916	-0,136	0,098	-2,397	-2,077	-0,136
8	-0,086	-1,692	1,466	-0,119	-0,086	-1,834	1,59	-0,119
9	0	0	0	0	0	0	0	0

Otočení



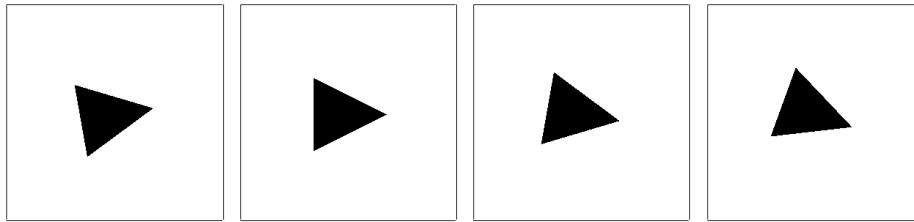
i	Trojúhelník otočení 0°				Trojúhelník otočení 10°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299,666	332,666	0	0	297,12	333,024	0	0
1	0,689	-44,674	-38,691	-0,954	3,064	-44,934	-38,581	-2,176
2	-0,344	-11,162	9,669	-0,477	5,721	-10,374	8,944	2,128
3	0	0	0	0	0,079	-0,436	0,397	-1,738
4	0,172	-2,784	-2,414	-0,238	-0,982	-2,756	-1,942	0,319
5	-0,137	-1,778	1,543	-0,19	1,544	-1,399	0,94	0,477
6	0	0	0	0	0,087	-0,406	0,179	-0,758
7	0,098	-0,903	-0,785	-0,136	-0,581	-0,796	-0,325	0,224
8	-0,086	-0,689	0,6	-0,119	0,709	-0,427	0,056	0,178
9	0	0	0	0	0,09	-0,359	0,093	-0,396

i	Trojúhelník otočení 20°				Trojúhelník otočení 30°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	293,219	332,368	0	0	287,574	327,972	0	0
1	7,816	-44,25	-38,123	-5,614	18,181	-41,259	-35,256	-15,278
2	9,802	-8,276	7,513	3,539	8,55	-5,932	9,237	5,22
3	0,348	-1,219	1,069	-2,708	-0,497	-0,892	-0,443	-2,159
4	-1,191	-2,613	-1,219	0,509	0,558	-2,938	-1,599	0,06
5	2,112	-0,743	0,029	0,365	1,939	-0,245	1,095	0,404
6	0,309	-0,978	0,421	-0,877	-0,401	-0,701	-0,006	-0,718
7	-0,475	-0,534	0,258	0,272	0,191	-0,746	-0,323	0,346
8	0,596	-0,19	-0,45	-0,085	0,838	-0,044	0,176	-0,136
9	0,247	-0,67	0,176	-0,211	-0,256	-0,509	0,156	-0,226



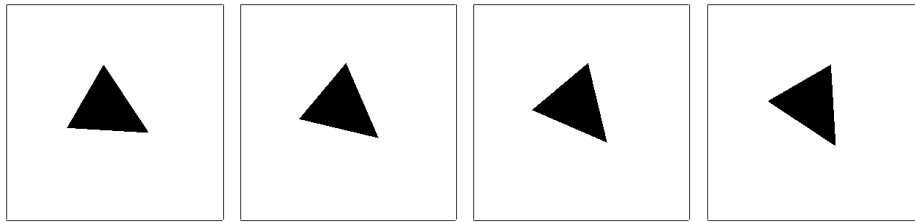
i	Trojúhelník otočení 40°				Trojúhelník otočení 50°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	283,573	321,132	0	0	278,937	316,482	0	0
1	28,636	-35,601	-29,595	-23,774	36,631	-27,296	-22,233	-30,782
2	5,822	-5,083	10,135	7,944	4,358	-6,705	8,332	9,593
3	0,036	-0,721	-2,249	-2,524	1,036	0,267	-2,405	-2,235
4	2,118	-2,595	-0,533	-0,237	2,609	-1,986	0,204	-0,882
5	0,658	-0,211	1,509	0,925	-0,01	-0,974	0,938	1,342
6	0,057	-0,607	-0,905	-0,946	0,833	0,172	-0,759	-0,877
7	0,787	-0,704	0,309	0,346	0,566	-0,854	0,538	0,059
8	0,107	0,003	0,364	0,043	-0,027	-0,232	0,014	0,31
9	0,085	-0,463	-0,395	-0,361	0,535	0,06	-0,147	-0,398

i	Trojúhelník otočení 60°				Trojúhelník otočení 70°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	272,097	312,452	0	0	267,716	306,836	0	0
1	35,317	-27,34	-26,292	-28,71	-36,079	-20,5	-26,319	33,026
2	7,796	-2,235	1,18	12,396	-3,031	-8,059	8,453	-9,38
3	-1,04	-0,007	-2,077	-0,673	-1,292	0,596	-2,681	0,954
4	1,308	-1,677	-2,658	-0,158	-2,658	-1,049	-0,204	1,332
5	0,435	0,796	-0,233	2,089	0,376	-1,708	0,727	-1,249
6	-0,866	-0,065	-0,6	-0,393	-1,024	0,469	-0,817	0,232
7	0	-0,219	-0,801	0,313	-0,529	-0,481	0,303	0,247
8	-0,131	0,666	0,074	0,528	0,167	-0,681	-0,138	-0,307
9	-0,554	-0,14	-0,1	-0,278	-0,679	0,302	-0,157	-0,022



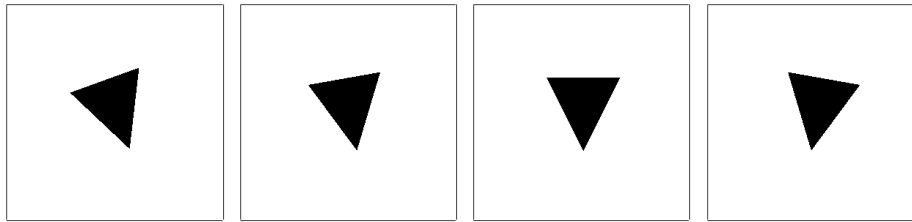
Trojúhelník otočení 80°					Trojúhelník otočení 90°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	266,565	303,055	0	0	266,222	300	0	0
1	-29,51	-28,463	-33,599	26,393	-22,03	-33,805	-39,435	18,884
2	-4,433	-7,238	9,648	-7,548	-5,849	-8,396	9,499	-5,17
3	-0,355	0,063	-1,752	0,384	0	0	0	0
4	-2,319	-1,777	-1,468	1,34	-1,287	-2,122	-2,552	1,07
5	-0,181	-1,187	1,486	-1,304	-0,987	-1,331	1,461	-0,9
6	-0,335	0,07	-0,794	0,175	0	0	0	0
7	-0,788	-0,604	-0,219	0,31	-0,389	-0,694	-0,861	0,314
8	0,109	-0,481	0,458	-0,521	-0,405	-0,514	0,547	-0,38
9	-0,304	0,063	-0,446	0,098	0	0	0	0

Trojúhelník otočení 100°					Trojúhelník otočení 110°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	267,01	297,106	0	0	267,737	293,219	0	0
1	-12,455	-37,524	-43,198	9,594	-4,747	-38,896	-44,33	1,234
2	-6,911	-9,998	8,049	-3,558	-5,806	-12,137	6,889	-2,284
3	-0,597	-0,134	1,691	0,369	-1,284	-0,592	2,675	0,956
4	0,385	-2,145	-2,744	0,459	1,148	-1,688	-2,394	0,236
5	-1,362	-1,622	0,589	-0,819	-0,831	-1,933	0,054	-0,852
6	-0,542	-0,124	0,672	0,154	-1,02	-0,467	0,824	0,235
7	0,441	-0,655	-0,699	0,153	0,533	-0,457	-0,297	0,29
8	-0,462	-0,593	-0,045	-0,414	0,032	-0,607	-0,212	-0,436
9	-0,459	-0,128	0,284	0,061	-0,681	-0,303	0,153	-0,025



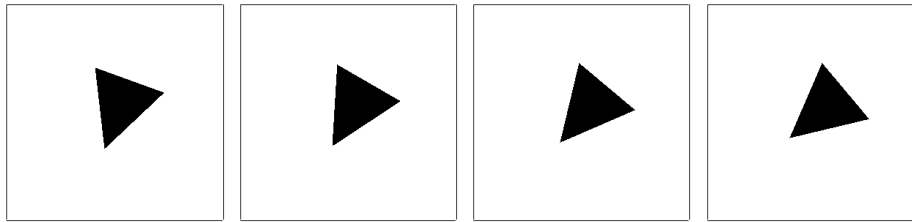
Trojúhelník otočení 120°					Trojúhelník otočení 130°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	272,146	288	0	0	278,937	283,566	0	0
1	-3,366	-39,38	-43,991	-1,737	-3,445	-40,976	-42,682	-4,07
2	0,103	-12,574	7,705	0,513	6,553	-11,197	6,775	3,357
3	0,282	-0,377	2,297	-0,556	1,709	-0,929	1,989	-2,055
4	-0,523	-1,633	-2,949	-0,304	-2,231	-2,127	-1,38	-0,466
5	-0,024	-2,22	0,41	0,17	0,934	-1,344	0,008	0,963
6	0,207	-0,355	1,005	-0,209	1,113	-0,662	0,141	-0,628
7	-0,233	-0,286	-0,783	-0,232	-0,725	-0,774	0,326	-0,323
8	-0,072	-0,847	-0,172	0,091	-0,002	-0,232	-0,028	0,308
9	0,198	-0,301	0,521	-0,074	0,46	-0,359	-0,345	-0,188

Trojúhelník otočení 140°					Trojúhelník otočení 150°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	283,566	278,937	0	0	288	272,146	0	0
1	1,802	-41,757	-41,138	-9,484	11,515	-40,34	-37,699	-17,865
2	9,798	-8,196	6,376	4,654	9,446	-4,932	8,315	5,921
3	1,483	-1,099	1,699	-2,381	-0,031	-0,957	0,672	-2,107
4	-2,041	-2,624	-0,757	-0,044	-0,636	-2,993	-1,535	0,098
5	1,608	-0,605	-0,384	0,711	2,179	-0,029	0,461	0,409
6	0,908	-0,836	0,088	-0,748	0,024	-0,801	0,411	-0,642
7	-0,476	-0,787	0,691	0,117	-0,365	-0,729	-0,048	0,369
8	0,183	-0,026	-0,339	0,009	0,811	-0,003	-0,259	-0,186
9	0,291	-0,539	-0,282	-0,201	0,097	-0,535	0,295	-0,158



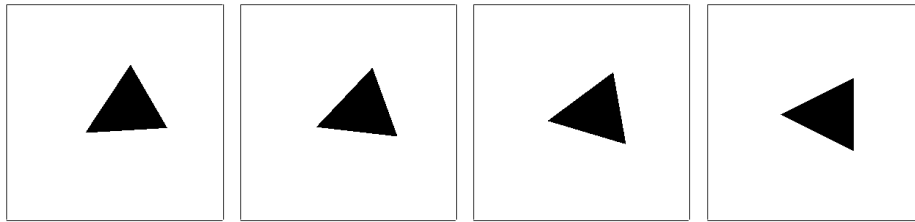
Trojúhelník otočení 160°					Trojúhelník otočení 170°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	293,219	267,737	0	0	297,106	267,01	0	0
1	19,775	-36,594	-33,517	-25,467	25,849	-32,552	-28,842	-31,009
2	8,456	-2,682	9	8,601	8,644	-2,638	6,156	10,275
3	-0,654	-1,46	-0,914	-2,584	-0,181	-0,811	-0,348	-1,599
4	0,925	-2,655	-1,432	0,033	1,169	-2,709	-1,856	-0,581
5	1,833	0,449	1,051	0,701	1,699	0,482	0,646	1,404
6	-0,494	-1,121	-0,171	-0,681	-0,16	-0,696	-0,117	-0,51
7	0,435	-0,469	-0,322	0,39	0,293	-0,779	-0,605	0,276
8	0,725	0,14	0,182	-0,161	0,721	0,383	0,066	0,263
9	-0,291	-0,697	0,085	-0,014	-0,142	-0,533	-0,008	-0,088

Trojúhelník otočení 180°					Trojúhelník otočení 190°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299,333	266	0	0	303,055	266,565	0	0
1	-33,505	-23,392	-20,14	38,606	-27,293	-30,938	-27,601	32,29
2	-8,631	-5,224	4,585	-10,004	-7,864	-3,581	6,893	-9,996
3	0	0	0	0	0,112	-0,579	-0,372	1,691
4	-2,025	-1,612	-1,368	2,316	-1,519	-2,537	-1,626	1,046
5	-1,419	-0,733	0,66	-1,651	-1,439	0,141	1,018	-1,49
6	0	0	0	0	0,113	-0,528	-0,151	0,68
7	-0,637	-0,574	-0,481	0,722	-0,483	-0,818	-0,477	-0,026
8	-0,568	-0,245	0,228	-0,663	-0,63	0,258	0,326	-0,394
9	0	0	0	0	0,096	-0,451	-0,067	0,296



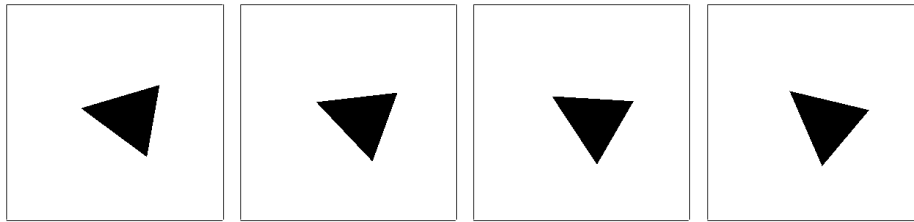
Trojúhelník otočení 200°					Trojúhelník otočení 210°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	306,836	267,716	0	0	312,452	272,097	0	0
1	-19,009	-37,216	-33,907	24,685	-10,079	-40,919	-38,343	16,252
2	-8,862	-2,266	8,626	-8,689	-10,076	-4,552	7,559	-6,438
3	0,718	-1,638	-0,866	2,485	-0,066	-1,217	0,669	1,978
4	-0,796	-2,652	-1,497	-0,27	0,875	-2,913	-1,44	-0,539
5	-1,942	0,528	0,841	-0,626	-2,236	0,056	0,029	-0,49
6	0,514	-1,204	-0,1	0,517	-0,133	-0,957	0,375	0,439
7	-0,382	-0,41	-0,383	-0,451	0,38	-0,598	0,044	-0,534
8	-0,746	0,108	0,05	0,188	-0,696	-0,033	-0,487	0,147
9	0,269	-0,686	0,138	-0,12	-0,207	-0,561	0,232	-0,046

Trojúhelník otočení 220°					Trojúhelník otočení 230°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	316,482	278,937	0	0	321,132	283,573	0	0
1	0,019	-42,162	-41,142	7,648	5,346	-41,119	-42,474	2,261
2	-10,331	-7,746	5,499	-5,33	-7,14	-10,861	6,162	-4,32
3	-1,688	-1,39	1,49	2,219	-1,972	-1,185	1,733	1,912
4	2,14	-2,583	-0,38	-0,425	2,423	-2,182	-0,959	0,084
5	-1,486	-0,445	-0,735	-0,826	-0,929	-1,099	-0,192	-1,226
6	-0,881	-1,005	-0,15	0,509	-1,113	-0,799	-0,159	0,428
7	0,246	-0,704	0,819	-0,338	0,578	-0,843	0,53	0,074
8	-0,062	-0,017	-0,383	-0,025	-0,02	-0,106	-0,038	-0,364
9	-0,153	-0,555	-0,372	-0,014	-0,291	-0,404	-0,51	0,028



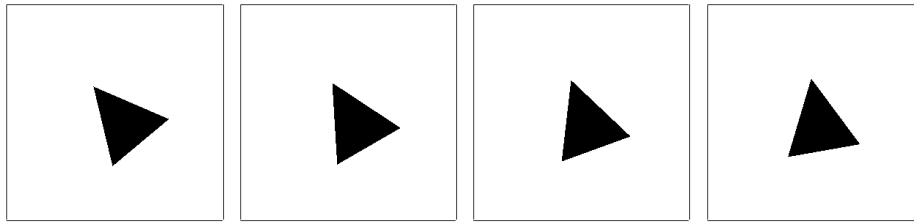
Trojúhelník otočení 240°					Trojúhelník otočení 250°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	327,972	287,574	0	0	332,368	293,219	0	0
1	4,854	-39,666	-43,729	0,432	5,783	-38,859	-44,229	-2,1
2	-0,641	-12,515	7,876	-1,337	5,478	-12,226	7,142	1,741
3	-0,502	-0,412	2,281	0,523	1,099	-0,526	2,759	-0,993
4	0,898	-1,692	-2,798	0,077	-0,921	-1,66	-2,498	-0,385
5	-0,098	-2,163	0,462	-0,531	0,816	-2,016	0,138	0,632
6	-0,412	-0,375	0,914	0,143	0,909	-0,431	0,948	-0,295
7	0,43	-0,343	-0,702	0,153	-0,461	-0,406	-0,383	-0,357
8	0,112	-0,797	-0,09	-0,312	0,011	-0,675	-0,208	0,321
9	-0,327	-0,3	0,451	-0,007	0,638	-0,302	0,293	-0,035

Trojúhelník otočení 260°					Trojúhelník otočení 270°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	333,024	297,12	0	0	331,777	300	0	0
1	14,324	-37,051	-42,645	-11,185	22,862	-33,396	-38,959	-19,597
2	6,183	-10,269	8,598	2,697	5,44	-8,608	9,739	4,809
3	0,369	-0,102	1,753	-0,392	0	0	0	0
4	0,095	-2,015	-2,773	-0,822	1,498	-2,023	-2,434	-1,246
5	1,202	-1,749	0,859	0,457	0,827	-1,419	1,557	0,754
6	0,347	-0,087	0,787	-0,179	0	0	0	0
7	-0,212	-0,576	-0,799	-0,334	0,512	-0,64	-0,794	-0,413
8	0,45	-0,691	0,107	0,169	0,306	-0,571	0,608	0,288
9	0,312	-0,072	0,434	-0,108	0	0	0	0



Trojúhelník otočení 280°					Trojúhelník otočení 290°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	333,468	303,034	0	0	332,326	306,836	0	0
1	30,952	-27,258	-32,316	-27,597	33,557	-23,359	-29,424	-31,071
2	3,572	-7,887	9,98	6,912	4,502	-6,268	7,778	10,661
3	0,575	0,111	-1,691	-0,38	0,534	0,323	-2,921	-1,077
4	2,539	-1,515	-1,051	-1,626	2,412	-1,448	-1,128	-0,882
5	-0,146	-1,448	1,483	1,028	-0,017	-1,003	0,828	1,864
6	0,523	0,1	-0,68	-0,159	0,46	0,285	-1,231	-0,439
7	0,818	-0,473	0,024	-0,492	0,607	-0,535	-0,061	0,08
8	-0,262	-0,637	0,389	0,333	-0,219	-0,314	0,006	0,678
9	0,445	0,124	-0,296	-0,088	0,365	0,226	-0,598	-0,201

Trojúhelník otočení 300°					Trojúhelník otočení 310°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	327,979	312,452	0	0	321,153	316,468	0	0
1	-41,279	-18,179	-15,29	35,232	-35,635	-28,63	-23,787	29,562
2	-5,913	-8,564	5,21	-9,237	-5,058	-5,836	7,939	-10,137
3	-0,879	0,502	-2,144	0,448	-0,715	-0,028	-2,519	2,252
4	-2,958	-0,558	0,067	1,59	-2,61	-2,116	-0,235	0,522
5	-0,248	-1,949	0,4	-1,095	-0,19	-0,663	0,927	-1,512
6	-0,697	0,398	-0,737	0,011	-0,621	-0,056	-0,942	0,904
7	-0,739	-0,195	0,359	0,328	-0,709	-0,783	0,351	-0,312
8	-0,036	-0,834	-0,136	-0,164	0,006	-0,104	0,037	-0,376
9	-0,526	0,269	-0,212	-0,156	-0,48	-0,097	-0,378	0,388

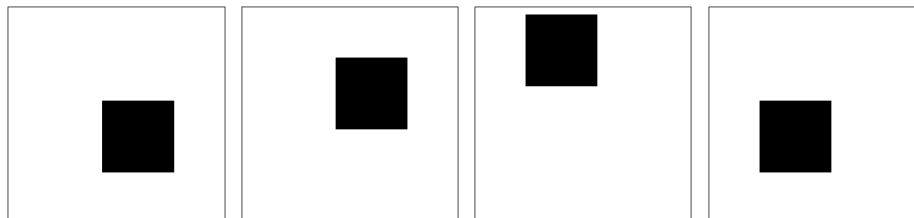


Trojúhelník otočení 320°					Trojúhelník otočení 330°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	316,468	321,153	0	0	312,452	327,979	0	0
1	-27,304	-36,645	-30,791	22,199	-16,62	-41,909	-35,994	13,468
2	-6,703	-4,341	9,586	-8,352	-9,339	-5,435	8,452	-5,708
3	0,268	-1,04	-2,236	2,403	0,556	-1,152	-0,378	2,01
4	-1,992	-2,611	-0,884	-0,224	-0,273	-2,901	-1,663	-0,582
5	-0,976	0,015	1,331	-0,947	-2,14	-0,155	0,646	-0,445
6	0,181	-0,845	-0,888	0,748	0,387	-0,865	0,092	0,531
7	-0,841	-0,57	0,06	-0,549	-0,087	-0,596	-0,372	-0,566
8	-0,227	0,018	0,317	-0,032	-0,84	-0,08	-0,131	0,115
9	0,059	-0,589	-0,395	0,163	0,189	-0,567	0,247	-0,005

Trojúhelník otočení 340°					Trojúhelník otočení 350°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	306,836	332,326	0	0	303,034	333,468	0	0
1	-6,095	-44,48	-38,391	3,666	-1,71	-44,742	-38,752	0,732
2	-10,445	-7,924	6,621	-4,239	-6,294	-10,222	8,388	-2,805
3	-0,483	-1,562	1,016	2,525	-0,15	-0,602	0,367	1,681
4	1,386	-2,482	-0,977	-0,964	1,252	-2,669	-1,836	-0,655
5	-2,071	-0,643	-0,437	-0,521	-1,663	-1,31	0,621	-0,71
6	-0,408	-1,178	0,327	0,581	-0,132	-0,544	0,133	0,663
7	0,37	-0,438	0,395	-0,424	0,655	-0,722	-0,192	-0,385
8	-0,402	-0,217	-0,63	0,023	-0,707	-0,366	-0,127	-0,293
9	-0,296	-0,699	0,062	-0,06	-0,133	-0,458	0,074	0,274

Čtverec

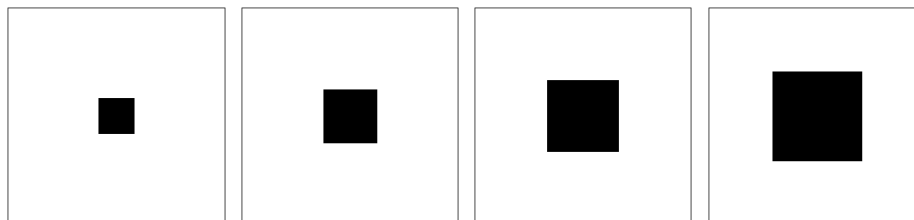
Posun



	Čtverec pozice (130, 130)				Čtverec pozice (130, 70)			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	359	359	0	0	359	239	0	0
1	-39,482	-40,755	-40,755	39,482	-39,482	-40,755	-40,755	39,482
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-4,666	-4,241	4,241	-4,666	-4,666	-4,241	4,241	-4,666
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-1,473	-1,727	-1,727	1,473	-1,473	-1,727	-1,727	1,473
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-0,905	-0,723	0,723	-0,905	-0,905	-0,723	0,723	-0,905
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,42	-0,561	-0,561	0,42	-0,42	-0,561	-0,561	0,42

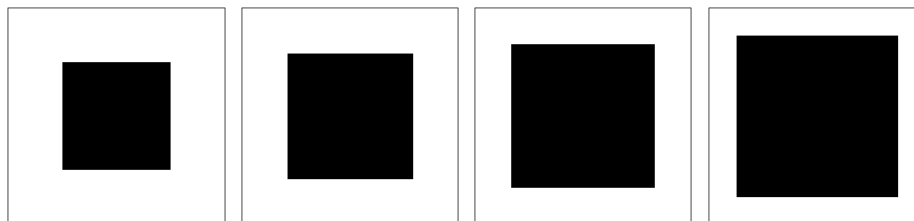
	Čtverec pozice (70, 10)				Čtverec pozice (70, 130)			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	239	119	0	0	239	359	0	0
1	-39,482	-40,755	-40,755	39,482	-39,482	-40,755	-40,755	39,482
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-4,666	-4,241	4,241	-4,666	-4,666	-4,241	4,241	-4,666
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-1,473	-1,727	-1,727	1,473	-1,473	-1,727	-1,727	1,473
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-0,905	-0,723	0,723	-0,905	-0,905	-0,723	0,723	-0,905
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,42	-0,561	-0,561	0,42	-0,42	-0,561	-0,561	0,42

Změna měřítka



i	Čtverec rozměr 25 x 25				Čtverec rozměr 50 x 50			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300	300	0	0	299	299	0	0
1	-9,073	-10,345	-10,345	9,073	-19,213	-20,487	-20,487	19,213
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-1,274	-0,851	0,851	-1,274	-2,41	-1,986	1,986	-2,41
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,245	-0,497	-0,497	0,245	-0,658	-0,912	-0,912	0,658
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-0,27	-0,091	0,091	-0,27	-0,487	-0,306	0,306	-0,487
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,034	-0,171	-0,171	0,034	-0,166	-0,306	-0,306	0,166

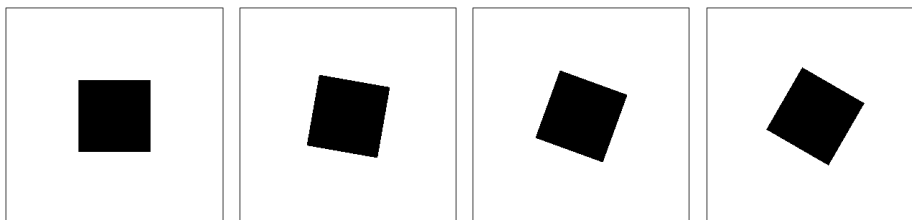
i	Čtverec rozměr 75 x 75				Čtverec rozměr 100 x 100			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300	300	0	0	299	299	0	0
1	-29,348	-30,622	-30,622	29,348	-39,482	-40,755	-40,755	39,482
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-3,538	-3,114	3,114	-3,538	-4,666	-4,241	4,241	-4,666
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-1,066	-1,321	-1,321	1,066	-1,473	-1,727	-1,727	1,473
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-0,697	-0,515	0,515	-0,697	-0,905	-0,723	0,723	-0,905
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,294	-0,435	-0,435	0,294	-0,42	-0,561	-0,561	0,42



	Čtverec rozměr 125 x 125				Čtverec rozměr 150 x 150			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300	300	0	0	299	299	0	0
1	-49,615	-50,888	-50,888	49,615	-59,748	-61,021	-61,021	59,748
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-5,792	-5,368	5,368	-5,792	-6,919	-6,494	6,494	-6,919
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-1,879	-2,134	-2,134	1,879	-2,285	-2,539	-2,539	2,285
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-1,113	-0,931	0,931	-1,113	-1,32	-1,138	1,138	-1,32
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,546	-0,687	-0,687	0,546	-0,672	-0,813	-0,813	0,672

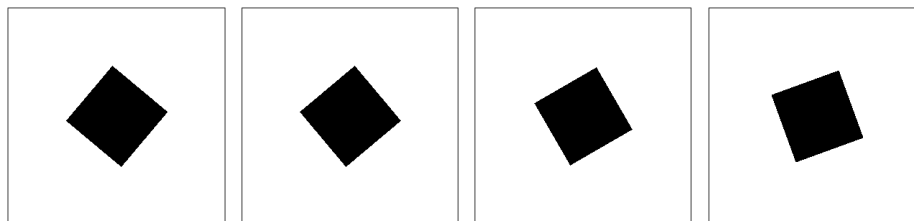
	Čtverec rozměr 175 x 175				Čtverec rozměr 200 x 200			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300	300	0	0	299	299	0	0
1	-69,88	-71,153	-71,153	69,88	-80,012	-81,286	-81,286	80,012
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-8,045	-7,62	7,62	-8,045	-9,171	-8,747	8,747	-9,171
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-2,691	-2,945	-2,945	2,691	-3,096	-3,351	-3,351	3,096
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-1,527	-1,345	1,345	-1,527	-1,734	-1,552	1,552	-1,734
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	-0,797	-0,938	-0,938	0,797	-0,922	-1,064	-1,064	0,922

Otočení



i	Čtverec otočení 0°				Čtverec otočení 10°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299	299	0	0	300,025	300,025	0	0
1	-39,482	-40,755	-40,755	39,482	-31,826	-46,902	-46,902	31,826
2	0	0	0	0	0	0	0,018	-0,018
3	-4,666	-4,241	4,241	-4,666	-3,771	-4,917	4,917	-3,771
4	0	0	0	0	-0,003	-0,003	0	0
5	-1,473	-1,727	-1,727	1,473	-1,18	-1,977	-1,977	1,18
6	0	0	0	0	0	0	0,005	-0,005
7	-0,905	-0,723	0,723	-0,905	-0,731	-0,847	0,847	-0,731
8	0	0	0	0	-0,004	-0,004	0	0
9	-0,42	-0,561	-0,561	0,42	-0,333	-0,64	-0,64	0,333

i	Čtverec otočení 20°				Čtverec otočení 30°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,048	300	0	0	300,052	300,011	0	0
1	-23,494	-51,683	-51,652	23,524	-13,475	-55,211	-55,209	13,481
2	0	0	0,028	0	0,002	0	0,03	-0,007
3	-2,829	-5,61	5,618	-2,821	-2,053	-6,017	6,019	-2,05
4	0,002	0	0	0	0,004	0	0,005	0
5	-0,861	-2,11	-2,102	0,868	-0,339	-2,23	-2,238	0,345
6	0	0	0,009	0	-0,006	0	0,012	-0,009
7	-0,56	-1,003	1,005	-0,557	-0,481	-1,072	1,075	-0,481
8	0,003	0	0	0	0,002	-0,011	-0,004	0
9	-0,242	-0,663	-0,658	0,246	-0,04	-0,69	-0,703	0,048

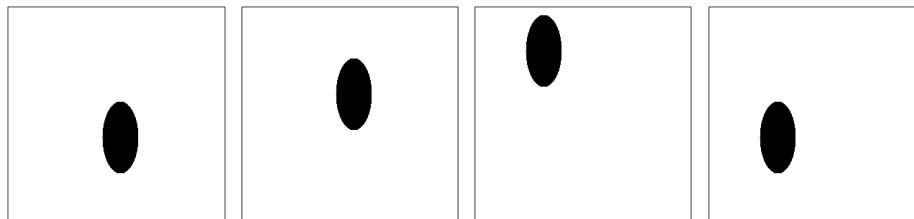


	Čtverec otočení 40°				Čtverec otočení 50°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,059	300,006	0	0	300,006	300,059	0	0
1	-3,681	-56,77	-56,779	3,676	6,019	-56,578	-56,569	-6,024
2	-0,003	0,002	0,039	-0,006	-0,002	0	-0,006	0,039
3	-0,978	-6,229	6,24	-0,973	0,195	-6,313	6,302	0,199
4	-0,002	-0,004	0,002	-0,004	-0,005	-0,002	0,004	-0,003
5	0,045	-2,271	-2,286	-0,058	0,409	-2,247	-2,235	-0,424
6	-0,007	-0,006	0,014	0,002	0,005	0,004	0,003	0,015
7	-0,284	-1,118	1,116	-0,282	-0,048	-1,151	1,153	-0,046
8	-0,007	0	0,001	0,006	0,001	-0,006	-0,006	-0,004
9	0,076	-0,681	-0,713	-0,081	0,172	-0,692	-0,664	-0,188

	Čtverec otočení 60°				Čtverec otočení 70°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,011	300,052	0	0	300	300,048	0	0
1	15,489	-54,68	-54,682	-15,483	23,524	-51,652	-51,683	-23,494
2	0	-0,004	-0,007	0,03	0	0	0	0,028
3	1,38	-6,208	6,205	1,383	2,821	-5,618	5,61	2,829
4	0	0,005	0	-0,004	0	0,002	0	0
5	0,745	-2,139	-2,13	-0,74	0,868	-2,102	-2,11	-0,861
6	0,001	0,003	-0,008	0,013	0	0	0	0,009
7	0,194	-1,162	1,159	0,193	0,557	-1,005	1,003	0,56
8	-0,011	0	-0,002	0,004	0	0,003	0	0
9	0,268	-0,652	-0,638	-0,265	0,246	-0,658	-0,663	-0,242

Elipsa 1:2

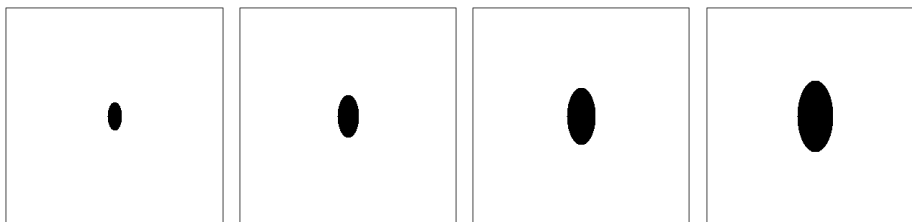
Posun



i	Elipsa 1:2 pozice (130, 130)				Elipsa 1:2 pozice (130, 70)			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	310,009	360	0	0	310,009	240	0	0
1	-3,033	-43,574	-26,437	4,999	-3,033	-43,574	-26,437	4,999
2	0,008	0	-0,001	0	0,008	0	-0,001	0
3	-0,938	-4,006	-2,631	1,429	-0,938	-4,006	-2,631	1,429
4	-0,024	0	0,012	0	-0,024	0	0,012	0
5	-0,247	-0,947	-0,384	0,608	-0,247	-0,947	-0,384	0,608
6	0,008	0	-0,006	0	0,008	0	-0,006	0
7	-0,054	-0,217	-0,052	0,223	-0,054	-0,217	-0,052	0,223
8	0,005	0	-0,007	0	0,005	0	-0,007	0
9	0,155	-0,011	0,093	0,019	0,155	-0,011	0,093	0,019

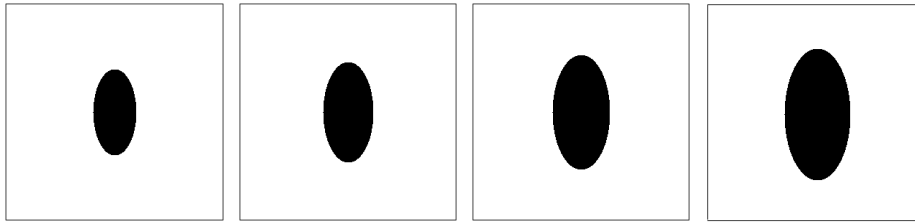
i	Elipsa 1:2 pozice (70, 10)				Elipsa 1:2 pozice (70, 130)			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	190,009	120	0	0	190,009	360	0	0
1	-3,033	-43,574	-26,437	4,999	-3,033	-43,574	-26,437	4,999
2	0,008	0	-0,001	0	0,008	0	-0,001	0
3	-0,938	-4,006	-2,631	1,429	-0,938	-4,006	-2,631	1,429
4	-0,024	0	0,012	0	-0,024	0	0,012	0
5	-0,247	-0,947	-0,384	0,608	-0,247	-0,947	-0,384	0,608
6	0,008	0	-0,006	0	0,008	0	-0,006	0
7	-0,054	-0,217	-0,052	0,223	-0,054	-0,217	-0,052	0,223
8	0,005	0	-0,007	0	0,005	0	-0,007	0
9	0,155	-0,011	0,093	0,019	0,155	-0,011	0,093	0,019

Změna měřítka



Elipsa 1:2 rozměr 50 x 100					Elipsa 1:2 rozměr 75 x 150			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299,977	300,022	0	0	299,984	300	0	0
1	-0,724	-17,321	-10,123	1,234	-1,486	-26,092	-15,568	2,491
2	0,022	0,021	-0,003	0,006	0,014	0	-0,002	0
3	-0,234	-1,505	-1,079	0,313	-0,471	-2,354	-1,604	0,691
4	-0,021	0,019	0,006	0,012	-0,014	0	0,005	0
5	-0,049	-0,3	-0,131	0,09	-0,123	-0,523	-0,239	0,269
6	0,02	0,014	-0,009	0,017	0,012	0	-0,008	0
7	-0,059	-0,029	-0,109	-0,009	-0,07	-0,09	-0,089	0,071
8	-0,019	0,009	0,012	0,02	-0,01	0	0,01	0
9	0,016	0,031	0,022	-0,05	0,094	0,025	0,082	-0,029

Elipsa 1:2 rozměr 100 x 200					Elipsa 1:2 rozměr 125 x 250			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,011	300	0	0	300,009	300	0	0
1	-2,258	-34,856	-21,004	3,747	-3,033	-43,574	-26,437	4,999
2	-0,003	0	0	0	0,008	0	-0,001	0
3	-0,705	-3,199	-2,119	1,064	-0,938	-4,006	-2,631	1,429
4	-0,013	0	0,006	0	-0,024	0	0,012	0
5	-0,186	-0,747	-0,313	0,443	-0,247	-0,947	-0,384	0,608
6	0,024	0	-0,018	0	0,008	0	-0,006	0
7	-0,067	-0,158	-0,072	0,147	-0,054	-0,217	-0,052	0,223
8	-0,021	0	0,025	0	0,005	0	-0,007	0
9	0,125	0,008	0,087	-0,011	0,155	-0,011	0,093	0,019



Elipsa 1:2 rozměr 150 x 300					Elipsa 1:2 rozměr 175 x 350			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	299,992	300	0	0	300,006	300	0	0
1	-2,988	-52,919	-31,771	4,977	-3,012	-61,763	-37,321	4,986
2	0,007	0	-0,001	0	0,004	0	0	0
3	-0,881	-4,739	-3,048	1,369	-0,893	-5,651	-3,624	1,393
4	-0,006	0	0,002	0	-0,017	0	0,005	0
5	-0,254	-1,046	-0,503	0,53	-0,246	-1,315	-0,578	0,56
6	0,006	0	-0,003	0	0,009	0	-0,005	0
7	-0,055	-0,194	-0,072	0,149	-0,066	-0,28	-0,105	0,177
8	-0,005	0	0,005	0	0,003	0	-0,002	0
9	0,066	0,025	0,058	-0,028	0,074	0,013	0,083	-0,011

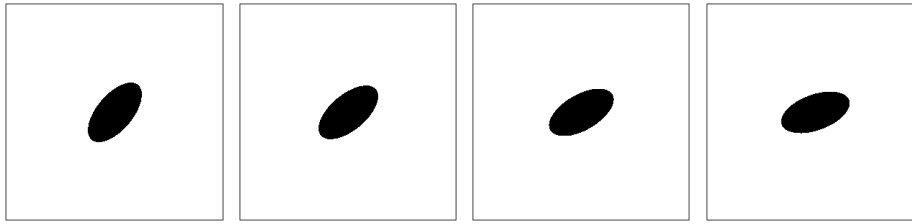
Elipsa 1:2 rozměr 200 x 400					Elipsa 1:2 rozměr 225 x 450			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,005	300	0	0	300,01	300	0	0
1	-3,028	-70,58	-42,825	4,991	-3,795	-79,369	-48,274	6,246
2	0,009	0	-0,001	0	0,014	0	0,002	0
3	-0,908	-6,539	-4,226	1,406	-1,145	-7,406	-4,767	1,778
4	-0,013	0	0,003	0	-0,006	0	0,005	0
5	-0,257	-1,563	-0,697	0,576	-0,332	-1,804	-0,789	0,747
6	-0,004	0	0,001	0	-0,006	0	0	0
7	-0,044	-0,351	-0,083	0,189	-0,047	-0,428	-0,073	0,262
8	-0,003	0	0,002	0	-0,014	0	0,004	0
9	0,103	0,009	0,14	-0,006	0,152	-0,009	0,172	0,007

Otočení



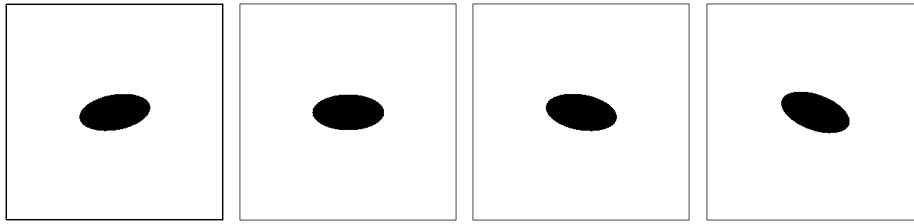
i	Elipsa 1:2 otočení 0°				Elipsa 1:2 otočení 10°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,009	300	0	0	300,09	300	0	0
1	-3,033	-43,574	-26,437	4,999	4,897	-43,698	-26,951	1,253
2	0,008	0	-0,001	0	-0,048	0	0,015	0
3	-0,938	-4,006	-2,631	1,429	0,281	-4,108	-2,698	0,366
4	-0,024	0	0,012	0	-0,009	0	0,02	0
5	-0,247	-0,947	-0,384	0,608	-0,081	-1,011	-0,487	0,166
6	0,008	0	-0,006	0	0,015	0	-0,038	0
7	-0,054	-0,217	-0,052	0,223	0,008	-0,235	0,02	0,075
8	0,005	0	-0,007	0	-0,017	0	0,002	0
9	0,155	-0,011	0,093	0,019	-0,073	0,01	0,106	0,029

i	Elipsa 1:2 otočení 20°				Elipsa 1:2 otočení 30°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,055	300,018	0	0	300,056	300,018	0	0
1	9,987	-42,615	-27,891	1,278	17,826	-40,951	-27,446	-3,541
2	-0,031	0,017	-0,006	-0,002	-0,049	0,016	0	0,006
3	0,44	-3,769	-2,458	0,437	0,901	-3,084	-1,785	-0,549
4	-0,004	0,015	0,019	-0,004	0,031	0,009	-0,006	0,008
5	-0,13	-0,772	-0,367	0,267	-0,261	-0,51	-0,314	0,138
6	0,01	0,011	-0,013	-0,005	-0,016	0,002	0,014	0,005
7	-0,233	-0,067	0,143	0,182	-0,339	-0,106	-0,166	0,277
8	-0,004	0,007	-0,009	-0,005	0,01	0	-0,019	-0,001
9	-0,102	0,116	0,154	0,119	-0,163	-0,032	0,003	0,192



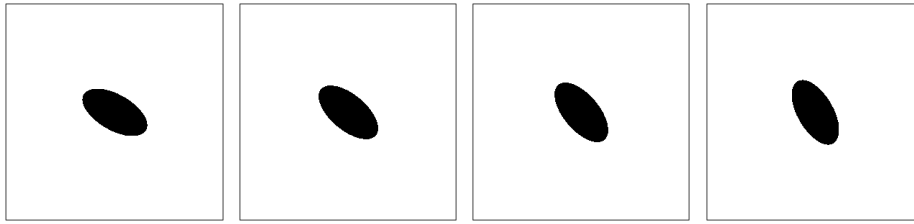
i	Elipsa 1:2 otočení 40°				Elipsa 1:2 otočení 50°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,038	300,028	0	0	300,019	300,038	0	0
1	20,16	-38,986	-30,049	-1,415	24,133	-35,958	-30,664	-4,051
2	-0,032	0,013	0,006	0,022	-0,018	-0,001	-0,002	0,033
3	-0,309	-2,002	-1,502	0,494	-1,474	-1,036	-1,45	1,131
4	0,019	-0,009	-0,008	0,017	0,016	-0,021	0,004	-0,001
5	-0,755	-0,048	-0,149	0,69	-0,653	-0,136	-0,201	0,758
6	-0,004	-0,01	0,002	0	-0,014	0	-0,005	-0,004
7	-0,191	0,062	0,077	0,338	-0,13	0,171	0,308	0,115
8	-0,006	0,002	0,009	-0,002	0,011	-0,011	0,005	-0,003
9	0,032	0,094	0,149	0,027	0,014	0,147	0,1	0,039

i	Elipsa 1:2 otočení 60°				Elipsa 1:2 otočení 70°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,018	300,056	0	0	300,018	300,055	0	0
1	18,866	-32,724	-36,518	0,422	13,447	-29,584	-40,458	1,568
2	-0,012	0,02	-0,012	0,044	-0,013	0,029	-0,011	0,011
3	-3,127	0,683	0,181	1,88	-3,169	1,917	2,088	1,6
4	0	-0,024	0,012	0,02	0,001	0,016	0,015	-0,011
5	0,031	0,381	0,528	0,147	0,798	0,086	0,175	-0,379
6	0,004	-0,012	-0,004	-0,017	0,007	0,014	-0,01	-0,007
7	0,269	0,127	0,124	-0,355	0,021	-0,144	-0,193	-0,232
8	0,001	0,016	0	-0,014	-0,009	-0,003	0,002	-0,009
9	0,036	-0,151	-0,192	-0,06	-0,161	-0,082	-0,04	0,165



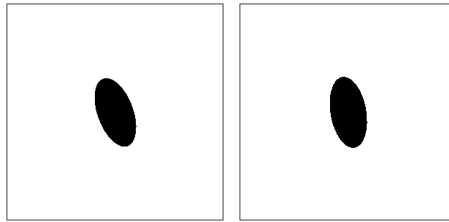
Elipsa 1:2 otočení 80°					Elipsa 1:2 otočení 90°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300	300,09	0	0	299,981	300,018	0	0
1	1,253	-26,951	-43,698	4,897	-14,74	-25,054	-41,308	8,939
2	0	0,048	0	0,015	0,015	0	-0,009	0
3	-0,366	2,698	4,108	-0,281	3,645	1,447	2,194	-2,4
4	0	-0,009	0	-0,02	-0,008	-0,003	0,015	0,017
5	0,166	-0,487	-1,011	-0,081	-1,116	0,063	0,166	0,443
6	0	-0,015	0	-0,038	0	0	-0,016	0,001
7	-0,075	-0,02	0,235	-0,008	0,208	-0,062	-0,237	-0,057
8	0	-0,017	0	-0,002	0,008	-0,016	0,012	-0,007
9	0,029	0,106	0,01	-0,073	0,007	-0,189	0,029	-0,01

Elipsa 1:2 otočení 100°					Elipsa 1:2 otočení 110°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300	300,1	0	0	300,027	300,037	0	0
1	-26,698	-24,651	-34,616	11,892	-31,866	-26,413	-28,309	13,43
2	0	0,02	0	-0,025	0,008	0,012	0,025	-0,024
3	3,794	-0,536	-1,618	-2,646	2,088	-1,591	-3,159	-1,901
4	0	0,026	0	0,007	-0,018	0,002	0,014	-0,014
5	0,166	0,482	1,011	-0,077	0,771	0,117	0,252	-0,384
6	0	-0,015	0	-0,011	-0,016	-0,004	-0,009	-0,022
7	-0,247	-0,008	-0,001	-0,011	0,106	0,011	0,153	-0,275
8	0	0,004	0	-0,004	0	-0,02	-0,013	-0,004
9	-0,029	0,035	-0,008	0,112	0,038	0,148	0,152	-0,085



Elipsa 1:2 otočení 120°					Elipsa 1:2 otočení 130°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,009	300,028	0	0	300,009	300	0	0
1	-32,743	-29,737	-24,862	13,717	-29,21	-34,65	-25,836	10,389
2	0,004	-0,006	0,008	-0,022	-0,002	0	0,009	0
3	0,919	-1,643	-3	-1,109	0,501	-1,484	-2,011	-0,43
4	-0,005	-0,007	0,007	0,009	-0,008	0	-0,005	0
5	0,438	-0,358	-0,285	-0,226	0,264	-0,661	-0,639	-0,365
6	-0,009	0,007	0	-0,009	0,007	0	-0,006	0
7	0,264	-0,122	-0,12	-0,353	0,329	-0,072	-0,025	-0,209
8	-0,004	-0,022	-0,008	0	0,004	0	0,008	0
9	0,175	0,055	0,09	-0,146	0,105	-0,042	0,012	-0,124

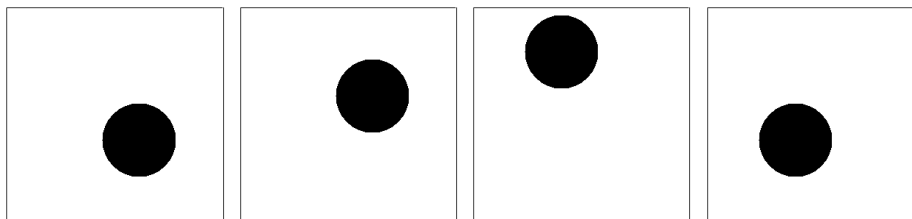
Elipsa 1:2 otočení 140°					Elipsa 1:2 otočení 150°			
i	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300	300	0	0	300,018	300,009	0	0
1	-25,204	-38,103	-25,948	8,344	-17,003	-41,046	-27,98	2,329
2	0	0	0	0	-0,014	0,009	0,005	0,001
3	-0,497	-1,989	-1,463	0,6	-0,742	-3,125	-1,844	0,281
4	0	0	0	0	0,005	0,009	-0,004	0,002
5	0,34	-0,574	-0,674	-0,371	0,305	-0,482	-0,28	-0,203
6	0	0	0	0	0,001	0,008	-0,003	0,003
7	0,151	-0,28	-0,162	-0,155	0,372	-0,039	-0,088	-0,287
8	0	0	0	0	-0,001	0,008	0,013	0,004
9	0,129	-0,018	0,025	-0,108	0,142	0,028	0,04	-0,195



i	Elipsa 1:2 otočení 160°				Elipsa 1:2 otočení 170°			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	300,037	300,027	0	0	300,1	300	0	0
1	-13,933	-42,341	-26,151	4,912	-7,155	-43,645	-26,418	2,491
2	-0,018	0,026	0,02	0	-0,027	0	0,016	0
3	-1,424	-3,592	-2,029	1,199	-0,979	-4,067	-2,516	0,69
4	-0,01	0,023	-0,009	0	-0,027	0	0	0
5	-0,15	-0,746	-0,372	0,319	-0,13	-0,989	-0,471	0,268
6	0,014	0,018	-0,017	0	0,004	0	0,018	0
7	0,244	-0,184	-0,127	-0,031	-0,004	-0,237	0,013	0,07
8	0	0,013	0,021	0,002	0	0	0,006	0
9	0,165	-0,08	-0,045	-0,135	0,116	-0,012	0,019	-0,028

Kruh

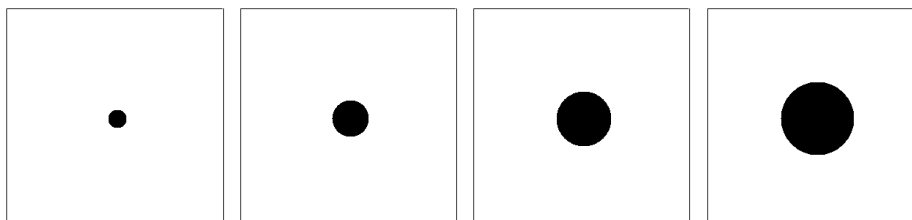
Posun



i	Kruh pozice (130, 130)				Kruh pozice (130, 70)			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	359,992	360	0	0	359,992	240	0	0
1	-9,913	-48,409	-48,416	9,911	-9,913	-48,409	-48,416	9,911
2	0,006	0	-0,002	0	0,006	0	-0,002	0
3	0,439	-0,628	0,633	0,435	0,439	-0,628	0,633	0,435
4	-0,004	0	0,005	0	-0,004	0	0,005	0
5	0,717	0,454	0,45	-0,723	0,717	0,454	0,45	-0,723
6	0,002	0	-0,006	0	0,002	0	-0,006	0
7	-0,17	0,028	-0,026	-0,177	-0,17	0,028	-0,026	-0,177
8	0	0	0,007	0	0	0	0,007	0
9	-0,114	0,027	0,028	0,107	-0,114	0,027	0,028	0,107

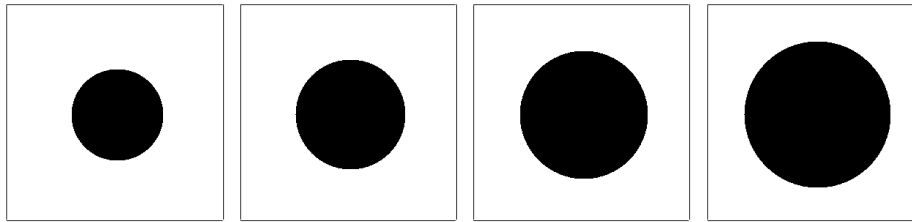
i	Kruh pozice (70, 10)				Kruh pozice (70, 130)			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	239,992	120	0	0	239,992	360	0	0
1	-9,913	-48,409	-48,416	9,911	-9,913	-48,409	-48,416	9,911
2	0,006	0	-0,002	0	0,006	0	-0,002	0
3	0,439	-0,628	0,633	0,435	0,439	-0,628	0,633	0,435
4	-0,004	0	0,005	0	-0,004	0	0,005	0
5	0,717	0,454	0,45	-0,723	0,717	0,454	0,45	-0,723
6	0,002	0	-0,006	0	0,002	0	-0,006	0
7	-0,17	0,028	-0,026	-0,177	-0,17	0,028	-0,026	-0,177
8	0	0	0,007	0	0	0	0,007	0
9	-0,114	0,027	0,028	0,107	-0,114	0,027	0,028	0,107

Změna měřítka



i	Kruh rozměr 25 x 25				Kruh rozměr 50 x 50			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	301	301	0	0	300	300,014	0	0
1	-3,795	-11,324	-11,324	3,795	-5,418	-23,761	-23,78	5,433
2	0	0	0	0	0,017	0,007	0,007	0,011
3	0,054	-0,037	0,037	0,054	0,144	-0,174	0,2	0,154
4	0	0	0	0	-0,02	-0,005	0,019	0,013
5	0,365	-0,016	-0,016	-0,365	0,352	0,171	0,176	-0,37
6	0	0	0	0	-0,008	-0,014	-0,022	0,002
7	-0,122	-0,101	0,101	-0,122	-0,044	-0,013	-0,013	-0,058
8	0	0	0	0	0,007	-0,009	0	-0,01
9	0,001	-0,008	-0,008	-0,001	-0,021	0,005	0,007	0,006

i	Kruh rozměr 75 x 75				Kruh rozměr 100 x 100			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	301,009	301,009	0	0	299,992	300	0	0
1	-7,06	-36,217	-36,218	7,069	-9,913	-48,409	-48,416	9,911
2	-0,001	0,007	0,009	0,005	0,006	0	-0,002	0
3	0,218	-0,341	0,352	0,234	0,439	-0,628	0,633	0,435
4	-0,008	0,003	-0,003	0,008	-0,004	0	0,005	0
5	0,453	0,317	0,307	-0,446	0,717	0,454	0,45	-0,723
6	0,005	-0,001	-0,007	0,009	0,002	0	-0,006	0
7	-0,092	0,018	-0,023	-0,093	-0,17	0,028	-0,026	-0,177
8	0,006	-0,006	0,006	0,006	0	0	0,007	0
9	0,021	-0,012	0,005	-0,018	-0,114	0,027	0,028	0,107



i	Kruh rozměr 125 x 125				Kruh rozměr 150 x 150			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	301,005	301,005	0	0	300	300,004	0	0
1	-10,458	-61,097	-61,097	10,463	-10,992	-73,609	-73,612	10,985
2	0	0,006	0,01	0,008	0,005	0,001	0,003	0,004
3	0,43	-0,777	0,782	0,439	0,461	-0,959	0,96	0,453
4	-0,01	0,009	-0,011	0,012	-0,007	-0,003	0,005	0,002
5	0,809	0,714	0,707	-0,802	0,784	0,86	0,853	-0,783
6	0,014	0,009	0,003	0,011	0	-0,003	-0,006	-0,002
7	-0,197	0,079	-0,079	-0,196	-0,169	0,104	-0,095	-0,169
8	-0,008	0,005	0,003	0,006	0	0,001	0	-0,004
9	-0,134	-0,01	-0,001	0,134	-0,118	-0,03	-0,025	0,112

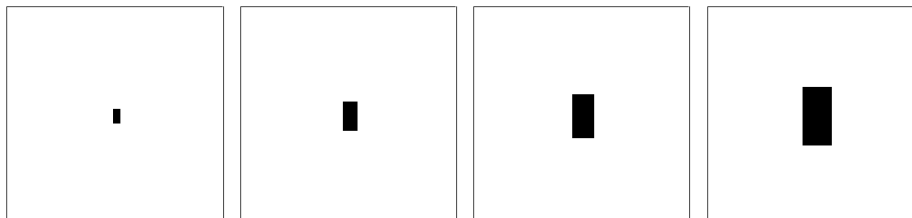
i	Kruh rozměr 175 x 175				Kruh rozměr 200 x 200			
	a_x	a_y	b_x	b_y	a_x	a_y	b_x	b_y
0	301	301	0	0	300,01	300,014	0	0
1	-12,719	-85,986	-85,986	12,719	-13,256	-98,547	-98,549	13,249
2	0	0	0	0	-0,004	0,01	0,006	0,002
3	0,591	-1,254	1,254	0,591	0,603	-1,409	1,408	0,591
4	0	0	0	0	-0,002	0,004	-0,002	0,001
5	0,993	1,1	1,1	-0,993	1,021	1,296	1,296	-1,026
6	0	0	0	0	0,002	0	-0,002	0
7	-0,233	0,14	-0,14	-0,233	-0,233	0,174	-0,172	-0,236
8	0	0	0	0	-0,003	0,001	0,002	0
9	-0,247	-0,062	-0,062	0,247	-0,247	-0,096	-0,091	0,241

Příloha C

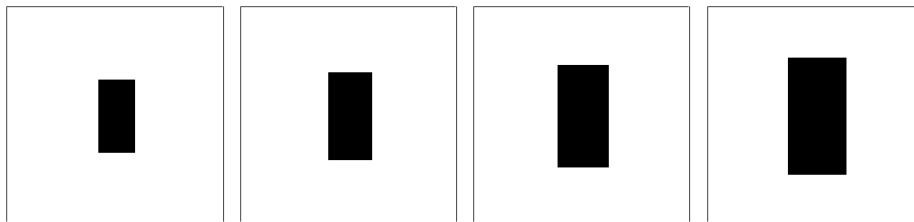
Srovnání invariantů D_i a D_i^*

Obdélník 1:2

Změna měřítka

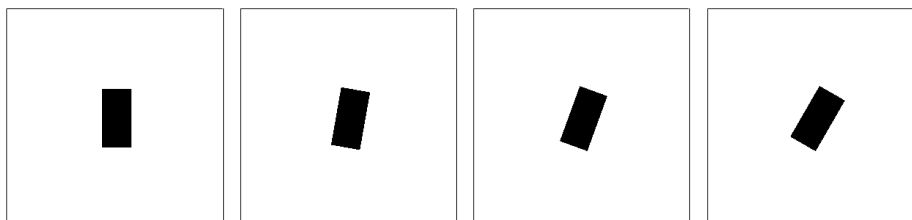


Obdélník 1:2 měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,231	0,201	0,226	0,171	0,224	0,16	0,224	0,155
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,062	0,088	0,058	0,083	0,057	0,082	0,057	0,081
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,028	0,041	0,028	0,038	0,028	0,039	0,028	0,039
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,027	0,028	0,025	0,024	0,025	0,022	0,024	0,02
10	0	0	0	0	0	0	0	0

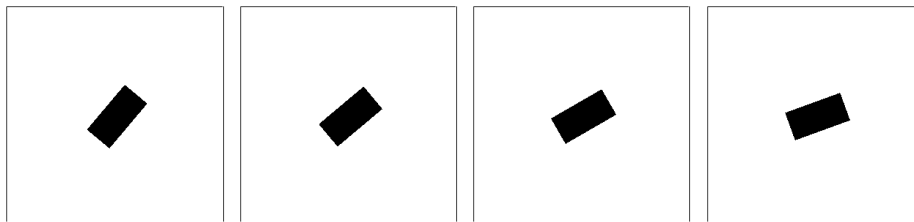


Obdélník 1:2 měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,223	0,152	0,223	0,15	0,223	0,149	0,223	0,148
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,057	0,081	0,057	0,081	0,057	0,081	0,057	0,08
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,028	0,039	0,028	0,04	0,028	0,04	0,028	0,04
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,024	0,019	0,024	0,019	0,024	0,018	0,024	0,018
10	0	0	0	0	0	0	0	0

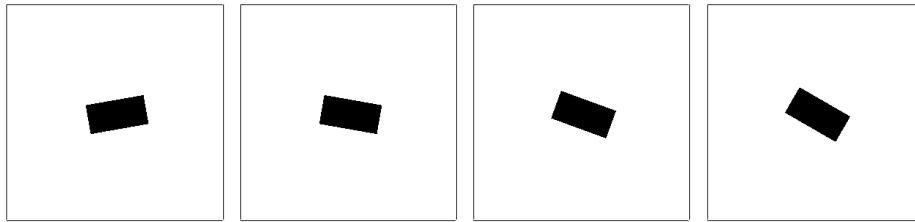
Otočení



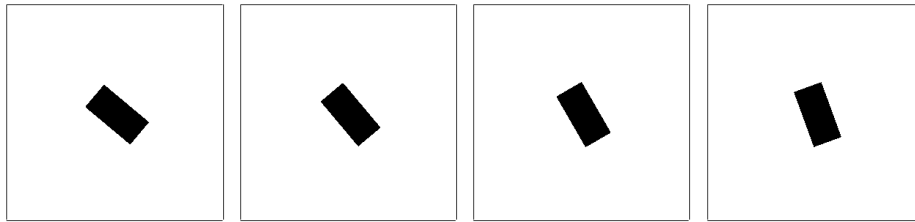
Obdélník 1:2 otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0,006	0,008	0,001	0,001	0,001	0,001
3	0,224	0,155	0,214	0,163	0,195	0,153	0,171	0,158
4	0	0	0,003	0,004	0	0	0	0
5	0,057	0,081	0,055	0,08	0,057	0,082	0,055	0,08
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,028	0,039	0,029	0,041	0,028	0,039	0,029	0,04
8	0	0	0,001	0,002	0	0	0	0,001
9	0,024	0,02	0,024	0,022	0,021	0,02	0,019	0,021
10	0	0	0,001	0,001	0	0	0	0



Obdélník 1:2 otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,007	0,009	0,007	0,009	0,001	0,001	0,001	0,001
3	0,158	0,146	0,158	0,146	0,171	0,146	0,195	0,155
4	0,003	0,004	0,003	0,004	0	0	0	0
5	0,055	0,08	0,055	0,079	0,055	0,078	0,057	0,081
6	0	0,001	0	0,001	0	0	0	0
7	0,028	0,039	0,028	0,04	0,029	0,042	0,028	0,04
8	0,001	0,001	0,001	0,001	0	0,001	0	0
9	0,017	0,017	0,017	0,017	0,019	0,017	0,021	0,02
10	0,001	0,001	0,001	0,001	0	0	0	0



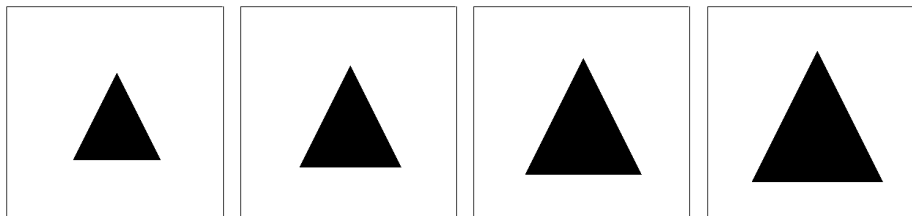
Obdélník 1:2 otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,006	0,007	0,005	0,007	0,001	0,001	0	0,001
3	0,214	0,165	0,213	0,157	0,195	0,156	0,171	0,146
4	0,003	0,004	0,002	0,004	0	0	0	0
5	0,055	0,076	0,055	0,077	0,058	0,078	0,055	0,078
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,029	0,043	0,029	0,042	0,028	0,041	0,028	0,041
8	0,001	0,001	0,001	0,001	0	0	0	0,001
9	0,024	0,022	0,023	0,02	0,021	0,02	0,018	0,017
10	0,001	0,002	0,001	0,001	0	0	0	0



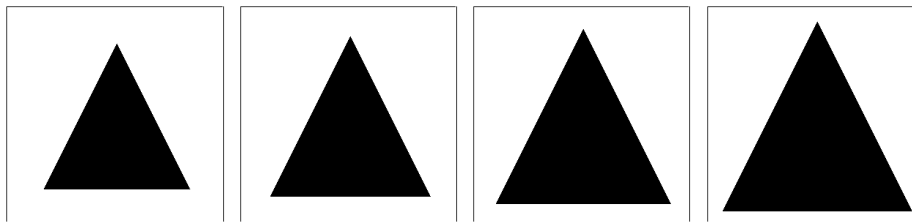
Obdélník 1:2 otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0,001	0	0,001	0	0,001	0,001	0,001
3	0,158	0,151	0,158	0,15	0,171	0,154	0,195	0,156
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,054	0,077	0,054	0,078	0,055	0,077	0,058	0,08
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,03	0,043	0,03	0,043	0,028	0,041	0,028	0,041
8	0	0,001	0	0	0	0,001	0	0
9	0,017	0,018	0,017	0,018	0,018	0,018	0,021	0,02
10	0	0	0	0	0	0	0	0

Trojúhelník

Změna měřítka

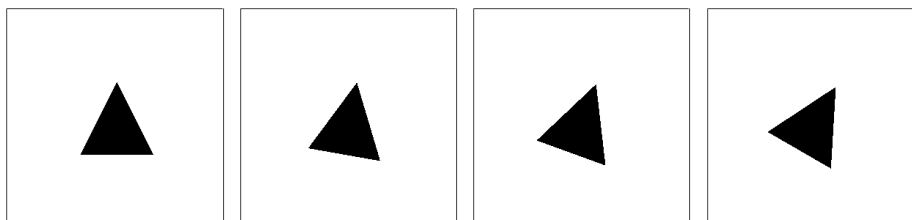


Trojúhelník měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,353	0,5	0,353	0,5	0,353	0,5	0,353	0,5
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,088	0,125	0,088	0,125	0,088	0,125	0,088	0,125
5	0,056	0,08	0,056	0,08	0,056	0,08	0,056	0,08
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,028	0,04	0,028	0,04	0,028	0,04	0,028	0,04
8	0,022	0,031	0,022	0,031	0,022	0,031	0,022	0,031
9	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0,014	0,02	0,014	0,02	0,014	0,02	0,014	0,02

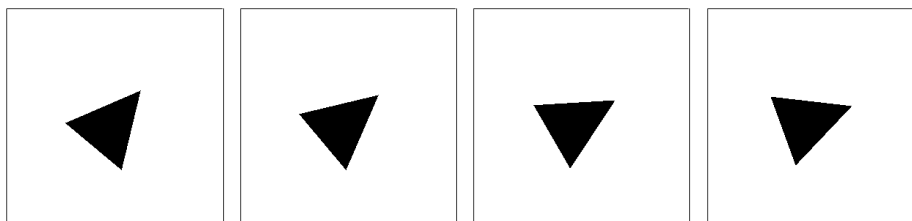


Trojúhelník měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,353	0,5	0,353	0,5	0,353	0,5	0,353	0,5
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,088	0,125	0,088	0,125	0,088	0,125	0,088	0,125
5	0,056	0,08	0,056	0,08	0,056	0,08	0,056	0,08
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,028	0,04	0,028	0,04	0,028	0,04	0,028	0,04
8	0,022	0,031	0,022	0,031	0,022	0,031	0,022	0,031
9	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0,014	0,02	0,014	0,02	0,014	0,02	0,014	0,02

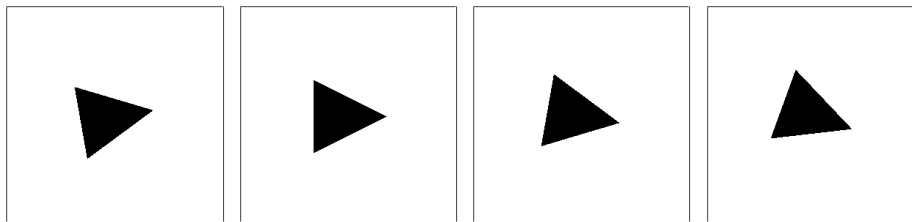
Otočení



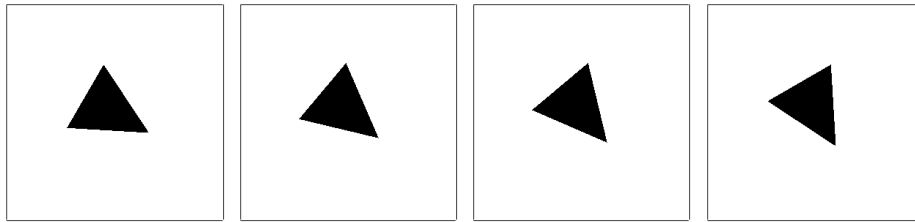
Trojúhelník otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,353	0,5	0,361	0,5	0,376	0,501	0,364	0,506
3	0	0	0,041	0,055	0,072	0,103	0,055	0,08
4	0,088	0,125	0,083	0,115	0,074	0,098	0,079	0,107
5	0,056	0,08	0,057	0,073	0,057	0,059	0,057	0,073
6	0	0	0,019	0,029	0,032	0,048	0,024	0,036
7	0,028	0,04	0,025	0,032	0,019	0,025	0,02	0,029
8	0,022	0,031	0,021	0,023	0,019	0,025	0,021	0,024
9	0	0	0,012	0,018	0,017	0,023	0,014	0,019
10	0,014	0,02	0,01	0,013	0,009	0,012	0,007	0,011



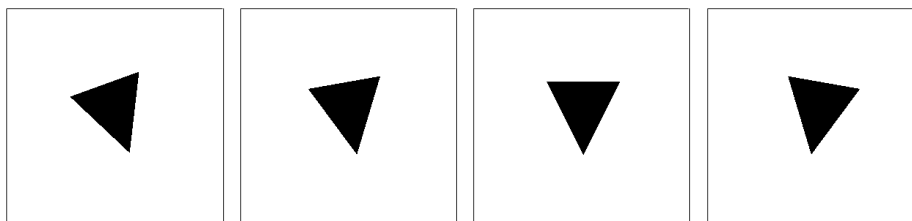
Trojúhelník otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,359	0,508	0,359	0,509	0,364	0,501	0,376	0,506
3	0,082	0,104	0,082	0,109	0,055	0,079	0,072	0,101
4	0,08	0,088	0,08	0,095	0,079	0,116	0,073	0,1
5	0,045	0,061	0,045	0,064	0,057	0,074	0,057	0,076
6	0,034	0,047	0,034	0,049	0,025	0,037	0,032	0,047
7	0,027	0,035	0,027	0,036	0,02	0,027	0,019	0,026
8	0,009	0,012	0,009	0,013	0,021	0,028	0,019	0,024
9	0,016	0,024	0,016	0,022	0,015	0,02	0,017	0,021
10	0,015	0,021	0,015	0,02	0,007	0,01	0,009	0,012



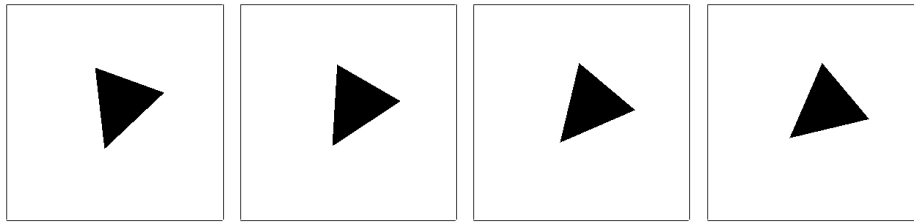
Trojúhelník otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,359	0,493	0,354	0,5	0,361	0,506	0,376	0,507
3	0,041	0,05	0	0	0,041	0,054	0,072	0,1
4	0,084	0,117	0,088	0,124	0,083	0,118	0,073	0,106
5	0,056	0,075	0,056	0,08	0,057	0,076	0,057	0,072
6	0,019	0,027	0	0	0,019	0,029	0,032	0,047
7	0,025	0,033	0,028	0,04	0,025	0,036	0,019	0,027
8	0,021	0,028	0,022	0,031	0,021	0,028	0,019	0,026
9	0,012	0,018	0	0	0,012	0,018	0,017	0,022
10	0,011	0,014	0,014	0,019	0,011	0,015	0,01	0,013



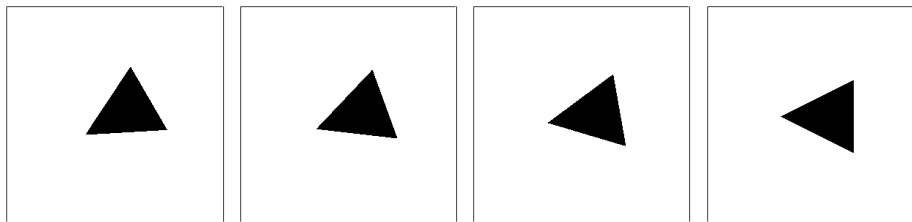
Trojúhelník otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,363	0,493	0,359	0,491	0,359	0,492	0,363	0,498
3	0,055	0,065	0,082	0,114	0,082	0,113	0,055	0,075
4	0,079	0,11	0,08	0,108	0,08	0,097	0,079	0,109
5	0,057	0,066	0,045	0,062	0,045	0,06	0,057	0,066
6	0,025	0,033	0,034	0,046	0,034	0,047	0,025	0,037
7	0,02	0,027	0,027	0,036	0,027	0,038	0,02	0,028
8	0,022	0,025	0,009	0,012	0,009	0,012	0,022	0,027
9	0,014	0,021	0,016	0,023	0,016	0,022	0,014	0,02
10	0,007	0,009	0,014	0,02	0,014	0,02	0,007	0,01



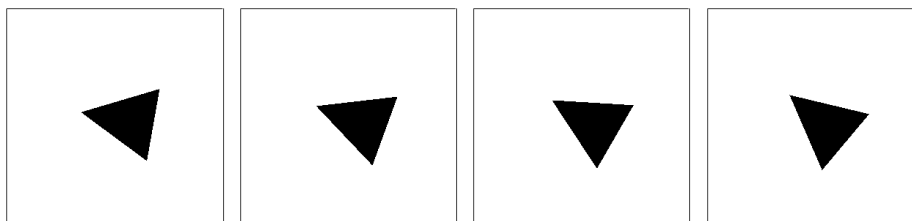
Trojúhelník otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,376	0,509	0,361	0,5	0,353	0,499	0,359	0,495
3	0,072	0,103	0,041	0,058	0	0	0,041	0,055
4	0,073	0,101	0,083	0,116	0,088	0,125	0,084	0,117
5	0,057	0,075	0,057	0,078	0,056	0,079	0,056	0,077
6	0,032	0,046	0,019	0,029	0	0	0,019	0,029
7	0,019	0,027	0,025	0,035	0,028	0,04	0,025	0,034
8	0,019	0,023	0,021	0,026	0,022	0,031	0,021	0,028
9	0,017	0,02	0,012	0,015	0	0	0,012	0,018
10	0,01	0,013	0,011	0,015	0,014	0,02	0,011	0,016



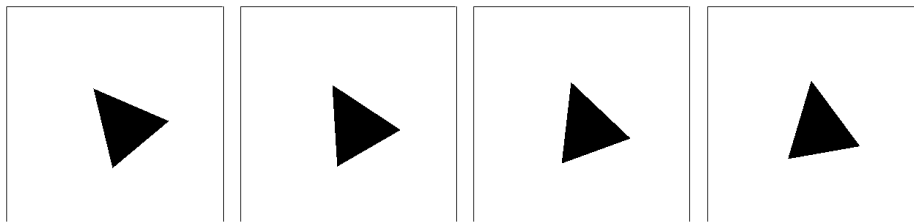
Trojúhelník otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,376	0,51	0,364	0,5	0,359	0,489	0,359	0,49
3	0,072	0,105	0,055	0,079	0,082	0,115	0,082	0,116
4	0,073	0,102	0,079	0,109	0,08	0,093	0,08	0,101
5	0,057	0,073	0,057	0,064	0,045	0,063	0,045	0,063
6	0,032	0,043	0,025	0,036	0,034	0,044	0,034	0,043
7	0,019	0,027	0,02	0,029	0,027	0,038	0,027	0,037
8	0,019	0,022	0,021	0,028	0,009	0,01	0,009	0,011
9	0,017	0,022	0,015	0,019	0,016	0,022	0,016	0,024
10	0,009	0,013	0,007	0,009	0,015	0,021	0,015	0,02



Trojúhelník otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,364	0,496	0,376	0,507	0,361	0,506	0,354	0,5
3	0,055	0,069	0,072	0,097	0,041	0,05	0	0
4	0,079	0,111	0,074	0,105	0,083	0,116	0,088	0,124
5	0,057	0,07	0,057	0,069	0,057	0,075	0,056	0,08
6	0,024	0,035	0,032	0,048	0,019	0,027	0	0
7	0,02	0,03	0,019	0,027	0,025	0,035	0,028	0,04
8	0,021	0,027	0,019	0,025	0,021	0,025	0,022	0,031
9	0,014	0,021	0,017	0,024	0,012	0,018	0	0
10	0,007	0,011	0,009	0,013	0,01	0,015	0,014	0,02



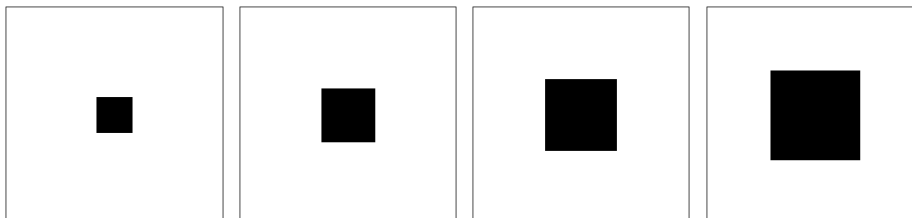
Trojúhelník otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,359	0,495	0,376	0,497	0,364	0,506	0,359	0,508
3	0,041	0,054	0,072	0,088	0,055	0,079	0,082	0,104
4	0,084	0,117	0,073	0,102	0,079	0,108	0,08	0,088
5	0,056	0,077	0,057	0,072	0,057	0,073	0,045	0,061
6	0,019	0,029	0,032	0,043	0,025	0,037	0,034	0,048
7	0,025	0,034	0,019	0,022	0,021	0,029	0,027	0,035
8	0,021	0,028	0,019	0,025	0,021	0,024	0,009	0,012
9	0,012	0,018	0,017	0,025	0,015	0,019	0,017	0,025
10	0,011	0,015	0,009	0,012	0,007	0,01	0,014	0,02



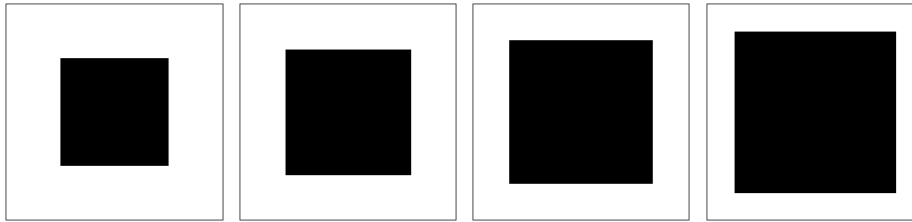
Trojúhelník otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,359	0,509	0,364	0,505	0,376	0,495	0,359	0,496
3	0,082	0,11	0,055	0,081	0,072	0,107	0,041	0,058
4	0,08	0,095	0,079	0,11	0,073	0,098	0,084	0,116
5	0,045	0,064	0,057	0,068	0,057	0,065	0,056	0,071
6	0,034	0,049	0,025	0,035	0,032	0,045	0,019	0,029
7	0,027	0,036	0,021	0,031	0,019	0,027	0,025	0,032
8	0,009	0,013	0,021	0,023	0,019	0,026	0,021	0,026
9	0,017	0,024	0,015	0,019	0,017	0,019	0,012	0,018
10	0,014	0,02	0,007	0,01	0,009	0,012	0,011	0,015

Čtverec

Změna měřítka

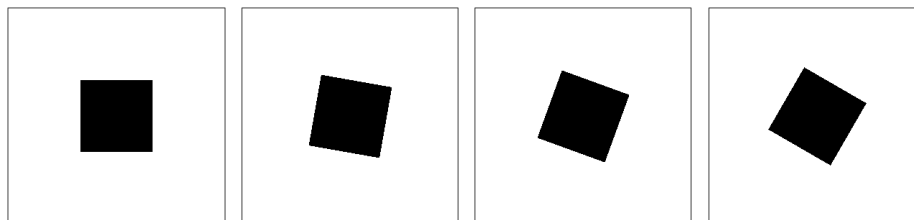


Čtverec měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,157	0,222	0,157	0,222	0,157	0,222	0,157	0,222
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,057	0,08	0,056	0,08	0,056	0,08	0,056	0,08
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,029	0,041	0,028	0,04	0,028	0,04	0,028	0,04
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,017	0,025	0,017	0,024	0,017	0,024	0,017	0,024
10	0	0	0	0	0	0	0	0

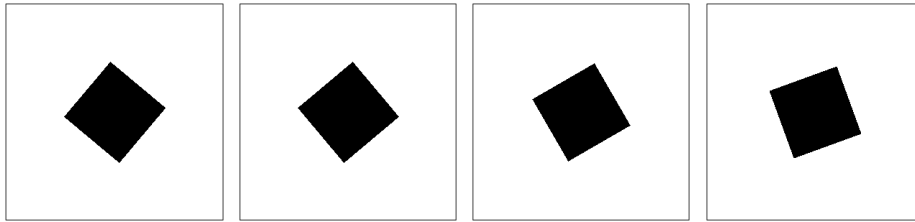


Čtverec měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,157	0,222	0,157	0,222	0,157	0,222	0,157	0,222
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,056	0,08	0,056	0,08	0,056	0,08	0,056	0,08
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,028	0,04	0,028	0,04	0,028	0,04	0,028	0,04
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,017	0,024	0,017	0,024	0,017	0,024	0,017	0,024
10	0	0	0	0	0	0	0	0

Otočení



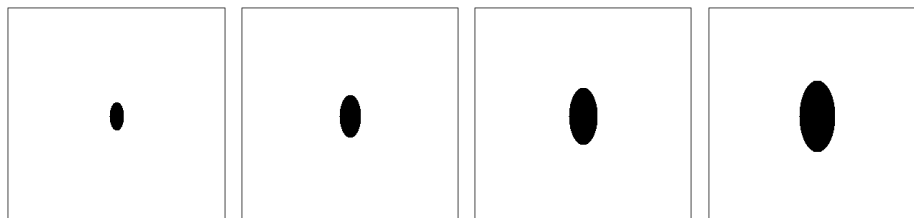
Čtverec otočení										
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,157	0,222	0,154	0,218	0,156	0,221	0,158	0,223		
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,056	0,08	0,057	0,081	0,056	0,08	0,056	0,079		
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,028	0,04	0,027	0,039	0,028	0,04	0,029	0,041		
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,017	0,024	0,018	0,025	0,017	0,024	0,017	0,024		
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



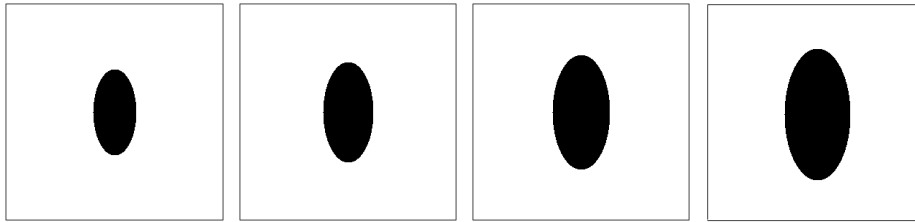
Čtverec otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,156	0,221	0,156	0,221	0,158	0,223	0,156	0,221
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,056	0,08	0,056	0,08	0,056	0,079	0,056	0,08
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,028	0,04	0,028	0,04	0,029	0,041	0,028	0,04
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,017	0,024	0,017	0,024	0,017	0,024	0,017	0,024
10	0	0	0	0	0	0	0	0

Elipsa 1:2

Změna měřítka

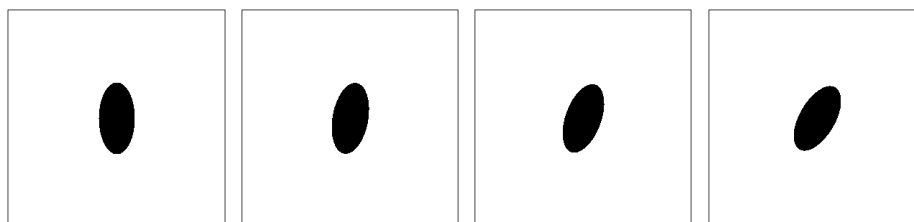


Elipsa měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,002	0,002	0	0	0	0	0	0
3	0,14	0,198	0,142	0,202	0,142	0,204	0,142	0,205
4	0,002	0,003	0	0	0	0	0,001	0,001
5	0,022	0,033	0,028	0,043	0,03	0,047	0,03	0,049
6	0,002	0,003	0	0,001	0,001	0,001	0	0
7	0,012	0,014	0,008	0,011	0,007	0,012	0,007	0,013
8	0,002	0,003	0	0,001	0,001	0,001	0	0
9	0,004	0,007	0,008	0,009	0,007	0,007	0,006	0,007
10	0,002	0,003	0	0,001	0	0,001	0	0

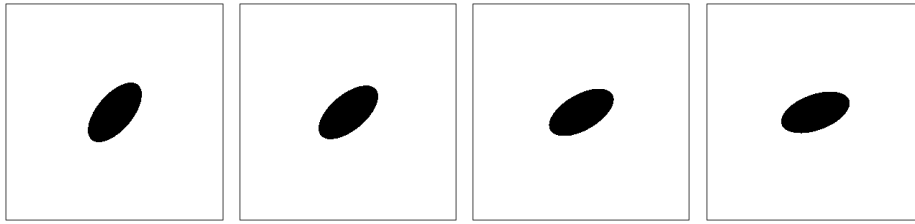


Elipsa měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,136	0,194	0,136	0,195	0,138	0,196	0,139	0,198
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,028	0,043	0,028	0,043	0,029	0,043	0,03	0,045
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,005	0,008	0,006	0,01	0,006	0,009	0,006	0,011
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,002	0,003	0,003	0,003	0,004	0,004	0,004	0,005
10	0	0	0	0	0	0	0	0

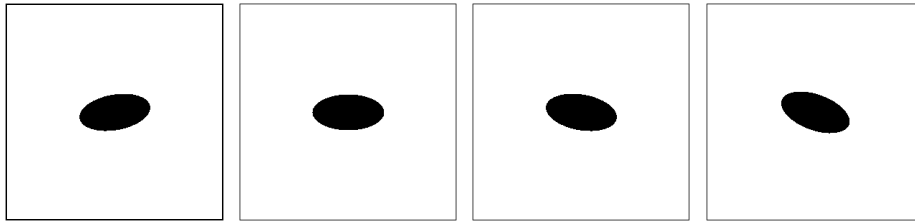
Otočení



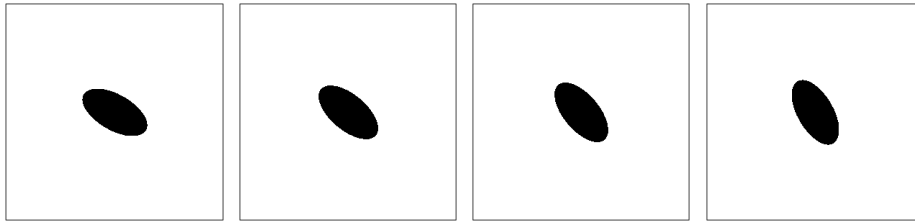
Elipsa otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
3	0,142	0,205	0,136	0,194	0,122	0,176	0,097	0,139
4	0,001	0,001	0	0	0	0,001	0,001	0,001
5	0,03	0,049	0,029	0,042	0,023	0,034	0,017	0,025
6	0	0	0,001	0,001	0	0	0	0
7	0,007	0,013	0,005	0,008	0,01	0,013	0,013	0,019
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,006	0,007	0,004	0,005	0,007	0,01	0,006	0,01
10	0	0	0,001	0,001	0	0	0	0



Elipsa otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
3	0,067	0,098	0,067	0,101	0,097	0,136	0,122	0,178
4	0	0,001	0	0	0,001	0,001	0	0,001
5	0,027	0,04	0,027	0,04	0,017	0,025	0,023	0,035
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,01	0,016	0,01	0,015	0,013	0,018	0,01	0,011
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,004	0,007	0,004	0,006	0,006	0,009	0,007	0,009
10	0	0,001	0	0,001	0	0	0	0



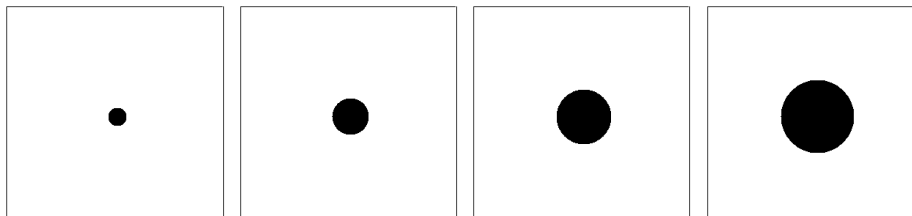
Elipsa otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0,001	0,002	0	0	0,001	0,001	0,001	0,001
3	0,136	0,194	0,143	0,211	0,136	0,19	0,122	0,181
4	0	0	0	0	0	0	0	0,001
5	0,029	0,042	0,03	0,049	0,029	0,041	0,023	0,033
6	0,001	0,001	0	0	0	0	0	0,001
7	0,005	0,008	0,007	0,013	0,005	0,007	0,01	0,012
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,004	0,005	0,007	0,007	0,004	0,004	0,006	0,009
10	0,001	0,001	0	0	0,001	0,001	0	0



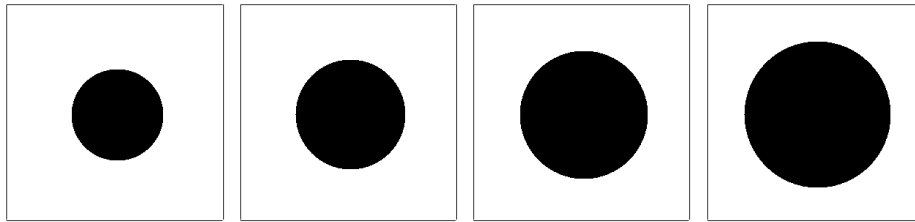
Elipsa otočení								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0,001	0	0	0	0	0	0
3	0,097	0,155	0,068	0,108	0,068	0,102	0,097	0,138
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,018	0,025	0,027	0,042	0,027	0,042	0,017	0,025
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,013	0,019	0,01	0,015	0,01	0,015	0,013	0,019
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,006	0,01	0,004	0,007	0,004	0,006	0,006	0,01
10	0	0,001	0	0	0	0	0	0

Kruh

Změna měřítka



Kruh měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0	0,001	0	0	0	0
3	0,007	0,011	0,013	0,019	0,015	0,022	0,021	0,031
4	0	0	0,001	0,001	0	0	0	0
5	0,043	0,061	0,023	0,032	0,021	0,029	0,024	0,034
6	0	0	0,001	0,001	0	0	0	0
7	0,018	0,026	0,003	0,004	0,003	0,005	0,005	0,007
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,001	0,001	0	0,001	0	0,001	0,003	0,004
10	0	0	0	0	0	0	0	0



Kruh měřítko								
i	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*	D_i	D_i^*
1	1,414	2	1,414	2	1,414	2	1,414	2
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,02	0,028	0,02	0,028	0,022	0,031	0,021	0,03
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,024	0,034	0,022	0,031	0,024	0,034	0,023	0,033
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,004	0,006	0,003	0,005	0,004	0,006	0,004	0,005
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,003	0,004	0,002	0,003	0,004	0,005	0,003	0,005
10	0	0	0	0	0	0	0	0

Příloha D

Obsah přiloženého CD

Na přiloženém CD se nachází

- zdrojové kódy a spustitelná verze vytvořeného programu
- text této práce ve formátu PDF a zdrojové kódy vytvořené v Latexu
- další výsledky umístěné vždy v adresáři s označením kapitoly, v adresářích je přiložen soubor README.txt, v němž jsou doplňující informace o datech